

# TP déduction automatique

Programmation raisonnée, ENSIIE

Semestre 5, 2016–17

## Exercice 1 : SAT

On va d'abord se servir de l'outil `glucose` pour démontrer des problèmes en logique propositionnelle. On trouvera une version compilée statiquement de `glucose` dans le répertoire `/pub/PROG1/` Pour l'appeler taper

```
/pub/PROG1/glucose_static fichier_entree fichier_sortie
```

Il est également possible de rajouter `/pub/PROG1/` à son `$PATH`.

Le format d'entrée de `glucose` est DIMACS. Il s'agit d'une première ligne qui décrit le problème

```
p cnf i j
```

où  $i$  est le nombre de variables propositionnelles du problème et  $j$  le nombre de clauses ; puis d'une ligne pour chaque clause. Chaque variable propositionnelle est représentée par un entier entre 1 et  $i$ . La négation de  $k$  est représentée par  $-k$ . Une clause est écrite comme la succession de ses littéraux (variable propositionnelle ou négation de celle-ci) séparés par un espace, suivi d'un 0.

1. Utiliser `glucose` pour montrer que le problème  $\{p \vee q; \neg p \vee q; p \vee \neg q; \neg p \vee \neg q\}$  est insatisfiable.
2. Utiliser `glucose` pour trouver un modèle pour l'ensemble de clauses  $\{a \vee b \vee c; \neg a \vee \neg b; \neg b \vee \neg c; \neg c \vee \neg a\}$   
Comment obtenir une autre solution? (Indication : nier la solution obtenue.)

3. On rappelle le problème du club écossais :

Pour constituer un club on a énoncé le règlement suivant :

**Article premier :** Tout membre non écossais porte des chaussettes oranges.

**Article second :** Tout membre porte un kilt ou ne porte pas de chaussettes oranges.

**Article troisième :** Les membres mariés ne sortent pas le dimanche.

**Article quatrième :** Un membre sort le dimanche ssi il est écossais.

**Article cinquième :** Tout membre qui porte un kilt est écossais et marié.

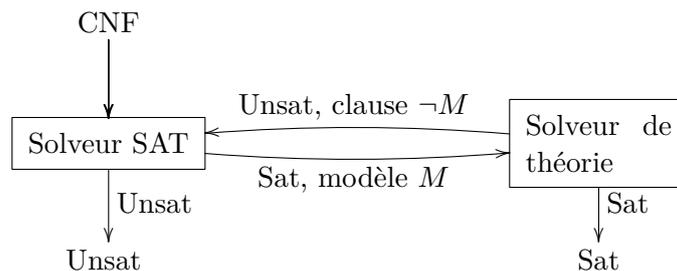
**Article sixième :** Tout membre écossais porte un kilt.

Formaliser ce problème en logique propositionnelle, mettez en forme normale conjonctive, et utiliser `glucose` pour montrer que ce club n'a pas de membre.

4. On supprime l'article sixième. Utiliser `glucose` pour caractériser un membre possible du club.

## Exercice 2 : SMT solver

Le but de cet exercice est d'écrire un solveur SMT *offline*, c'est-à-dire que le solveur SAT et le solveur de théorie seront considérés comme des boîtes noires. On rappelle le schéma de base d'un solveur SMT :



On utilisera `glucose` comme solveur SAT, et l'outil de programmation linéaire `glpsol` de la bibliothèque GLPK comme solveur pour la théorie de l'arithmétique linéaire entière.

Une version compilée de GLPK se trouve dans le répertoire `/pub/PROG1/glpk-4.60/`. En particulier, on trouve dans le sous-répertoire `examples` l'exécutable `glpsol`.

On trouvera dans `/pub/PROG1/` une archive `smtoff.tar.gz` qui contient un début de code pour le prouveur SMT, dans laquelle sont présents :

- un `Makefile`
- des fichiers `lexlia.mll` et `parselia.mly` pour lire des fichiers de problèmes contenant de l'arithmétique linéaire. Ces fichiers contiennent une clause par ligne, une clause étant une liste de littéraux séparés par `|`, un littéral étant soit une égalité `=`, soit une différence `!=`, soit une inégalité `<`, `<=`, `>` ou `>=` entre expressions arithmétiques linéaires (c'est-à-dire, pas de produit de variables).
- des exemples de fichiers de problèmes `sat.p` et `unsat.p`
- un fichier `main.ml` à compléter qui pour l'instant se contente de lire un fichier sur l'entrée standard et d'afficher comment il est lu sur la sortie standard.
- un fichier `smt.ml` qui contient
  - la définition des littéraux, des clauses, des problèmes et des modèles en arithmétique linéaire. On remarquera en particulier qu'on n'a plus que deux types de littéraux, `≤` et `>`. En effet, on peut se ramener aux autres cas en utilisant

les transformations :

$$a < b \rightsquigarrow a \leq b - 1$$

$$a \geq b \rightsquigarrow a > b - 1$$

$$a = b \rightsquigarrow a \leq b \wedge a > b - 1$$

$$a \neq b \rightsquigarrow a \leq b - 1 \vee a > b$$

- la définition des problèmes et des modèles en logique propositionnelle ;
  - une fonction `call_glucose` qui prend en argument un problème en logique propositionnelle et qui lance `glucose` dessus. La fonction retourne un modèle en logique propositionnelle si le problème est satisfiable, ou lève l'exception `Unsat` sinon ;
  - une fonction `call_glpso1` qui prend en argument un modèle en arithmétique linéaire et qui lance `glpso1` dessus. La fonction retourne `true` si le problème est satisfiable, `false` sinon.
1. Compiler à l'aide de la commande `make` (Insister si une erreur s'affiche.) Tester le programme `smt` produit sur les exemples.
  2. Écrire une fonction `model_to_clause` qui transforme un modèle (en arithmétique linéaire) en la clause qui est sa négation. Par exemple, pour le modèle  $x \leq 2; x + y > 3; y \leq 1$  on retournera la clause  $x > 2 \vee x + y \leq 3 \vee y > 1$ .
  3. Écrire une fonction `arith_to_sat` qui prend un problème d'arithmétique linéaire et qui le transforme en problème en logique propositionnelle. L'idée est de voir  $p \leq q$  comme un littéral positif (donc un entier positif au format DIMACS) dont la négation (l'opposé) est  $p > q$ . Il faut donc mettre en bijection l'ensemble des littéraux arithmétiques  $\leq$  avec l'ensemble des variables propositionnelles représentées par des entiers positifs. On pourra pour cela utiliser les tables de hachage `poly_htbl` et `ylop_htbl` qui permettent respectivement d'associer à une expression arithmétique un entier et à un entier une expression arithmétique.
  4. Écrire une fonction `sat_to_arith` qui prend un modèle en logique propositionnelle et qui retourne le modèle en arithmétique linéaire correspondant. Ici aussi, il sera utile d'employer `ylop_htbl`.
  5. Écrire une fonction `dp11t` qui prend en argument un problème en arithmétique linéaire et qui le résout en utilisant le schéma indiqué ci-dessus. La fonction retournera `true` si le problème est satisfiable, `false` sinon.
  6. Modifier `main.ml` pour appeler `dp11t` et pour afficher suivant les cas `Sat` ou `Unsat`.