Formulaire d'analyse

Limites et ordres de grandeurs

limite	Notation de Landau	condition
$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^\alpha}{x^\beta} = 0$	$x^\alpha = o_{+\infty}(x^\beta)$	$\alpha < \beta$
$\lim_{x\to+\infty} \frac{(\ln x)^\alpha}{x^\beta} = 0$	$(\ln x)^\alpha = o_{+\infty}(x^\beta)$	$0 < \alpha,\ 0 < \beta$
$\lim_{x\to+\infty} \frac{(\exp x)^\alpha}{x^\beta} = +\infty$	$x^\beta = o_{+\infty}((\exp x)^\alpha)$	$0 < \alpha,\ 0 < \beta$
$\lim_{x\to-\infty} x^\alpha(\exp x)^\beta = 0$	$(\exp x)^\beta = o_{-\infty}(x^{-\alpha})$	$0 < \alpha,\ 0 < \beta$
$\lim_{x\to0+} \frac{x^\alpha}{x^\beta} = 0$	$x^\alpha = o_0(x^\beta)$	$\alpha > \beta$
$\lim_{x\to0+} x^\alpha(\ln x)^\beta = 0$	$(\ln x)^\beta = o_0(x^{-\alpha})$	$0 < \alpha,\ 0 < \beta$

Dérivées

fonction	dérivée	condition
x^n	nx^{n-1}	$n \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{R}$
x^n	nx^{n-1}	$n \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{R}^*$
x^α	$\alpha x^{\alpha-1}$	$\alpha \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}_+^*$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\alpha = \frac{1}{2}, x \in \mathbb{R}_+^*$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$x \in \mathbb{R}_+^*$
$\exp x$	$\exp x$	$x \in \mathbb{R}$

$\sin x$	$\cos x$	$x \in \mathbb{R}$
$\cos x$	$-\sin x$	$x \in \mathbb{R}$
$\sinh x$	$\cosh x$	$x \in \mathbb{R}$
$\cosh x$	$\sinh x$	$x \in \mathbb{R}$
$\tan x$	$\dfrac{1}{\cos^2 x}$	$x \in \mathbb{R}, x \neq (2k+1)\dfrac{\pi}{2}$
	$1+\tan^2 x$	
$\tanh x$	$\dfrac{1}{\cosh^2 x}$	$x \in \mathbb{R}$
	$1-\tanh^2 x$	
$\arcsin x$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x \in]-1,1[$
$\arccos x$	$\dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x \in]-1,1[$
$\arctan x$	$\dfrac{1}{1+x^2}$	$x \in \mathbb{R}$
$\operatorname{arsinh} x$	$\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	$x \in \mathbb{R}$
$\operatorname{arcosh} x$	$\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$x \in]1,+\infty[$
$\operatorname{artanh} x$	$\dfrac{1}{1-x^2}$	$x \in]-1,1[$

Règles de calculs : $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, u et v deux fonctions

- ⋆ $(\alpha u)' = \alpha u'$
- ⋆ $(u+v)' = u' + v'$
- ⋆ $(uv)' = u'v + uv'$
- ⋆ $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$
- ⋆ $(u^\alpha)' = \alpha u' u^{\alpha-1}$
- ⋆ $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$
- ⋆ $\Big(u(\alpha x + \beta)\Big)' = \alpha u'(\alpha x + \beta)$
- ⋆ $\Big(u(v(x))\Big)' = v'(x) \cdot u'(v(x))$

Primitives

fonction	primitive	condition
x^n	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1}+C$	$n \in \mathbb{N}^*, x \in \mathbb{R}$
x^n	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1}+C$	$n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}, x \in \mathbb{R}^*$
x^α	$\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$	$\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}, x \in \mathbb{R}_+^*$
$\dfrac{1}{x}$	$\ln x + C$	$x \in \mathbb{R}_+^*$
$\exp x$	$\exp x + C$	$x \in \mathbb{R}$
$\cos x$	$\sin x + C$	$x \in \mathbb{R}$
$\sin x$	$-\cos x + C$	$x \in \mathbb{R}$
$\cosh x$	$\sinh x + C$	$x \in \mathbb{R}$
$\sinh x$	$\cosh x + C$	$x \in \mathbb{R}$
$\dfrac{1}{\cos^2 x}$	$\tan x + C$	$x \in \mathbb{R}, x \neq (2k+1)\dfrac{\pi}{2}$
$\dfrac{1}{\cosh^2 x}$	$\tanh x + C$	$x \in \mathbb{R}$
$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin x + C$	$x \in]-1,1[$
$\dfrac{1}{1+x^2}$	$\arctan x + C$	$x \in \mathbb{R}$
$\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$\operatorname{arsinh} x + C$	$x \in \mathbb{R}$
$\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$\operatorname{arcosh} x + C$	$x \in]1,+\infty[$

Règles de calculs : $\alpha \in \mathbb{R}$, u et v deux fonctions

- $\star$ $\int \alpha u = \alpha \int u$
- $\star$ $\int (u+v) = \int u + \int v$
- $\star$ $\int (\frac{u'}{u}) = \ln|u| + C$
- $\star$ $\int (u'u^\alpha) = \dfrac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1}$ si $\alpha \neq -1$

Développements en série entière

fonction	DSE(0)	RC	validité
$\dfrac{1}{1-x}$	$\sum\limits_{n\geq 0} x^n$	1	$]-1,1[$
$\dfrac{1}{1+x}$	$\sum\limits_{n\geq 0} (-1)^n x^n$	1	$]-1,1[$
$\exp x$	$\sum\limits_{n\geq 0} \dfrac{x^n}{n!}$	∞	$\mathbb{C}$
$\cos x$	$\sum\limits_{n\geq 0} \dfrac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$	∞	$\mathbb{C}$
$\sin x$	$\sum\limits_{n\geq 0} \dfrac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$	∞	$\mathbb{C}$
$\cosh x$	$\sum\limits_{n\geq 0} \dfrac{x^{2n}}{(2n)!}$	∞	$\mathbb{C}$
$\sinh x$	$\sum\limits_{n\geq 0} \dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$	∞	$\mathbb{C}$
$\ln(1+x)$	$\sum\limits_{n\geq 1} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n} x^n$	1	$]-1,1]$
$-\ln(1-x)$	$\sum\limits_{n\geq 1} \dfrac{x^n}{n}$	1	$[-1,1[$
$(1+x)^\alpha$	$1 + \sum\limits_{n\geq 1} \dfrac{\alpha(\alpha-1)...(\alpha-n+1)}{n!} x^n$	1	$]-1,1[$
$\arctan x$	$\sum\limits_{n\geq 0} \dfrac{(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1}$	1	$[-1,1]$