

TD 2 : Calcul d'intégrales

Exercice 1 - Primitives

Pour chacune des fonctions suivantes, donner une primitive.

- | | | |
|---------------------------------------|---|---|
| 1.1 $f_1(x) = \frac{\ln x}{x}$ | 1.3 $f_3(x) = \frac{1}{x \ln x}$ | 1.5 $f_5(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$ |
| 1.2 $f_2(x) = \tan x$ | 1.4 $f_4(x) = \sin^2 x \cos x$ | 1.6 $f_6(x) = x \exp(-x^2)$ |

Exercice 2 - Intégration par parties

Calculer les valeurs des intégrales suivantes en utilisant la technique d'intégration par parties.

- | | |
|---------------------------------------|---|
| 2.1 $\int_0^\pi 3x \sin(x) dx$ | 2.3 $\int_0^1 x^2 e^{1-x} dx.$ |
| 2.2 $\int_1^e x \ln(x) dx$ | 2.4 $\int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin(x) dx$ |

Exercice 3 - Intégration d'un élément (pas si) simple

Le but de cet exercice est de calculer $I_2 = \int_{-1}^1 \frac{dt}{(1+t^2)^2}$.

- 3.1** Calculer d'abord la valeur de $I_1 = \int_{-1}^1 \frac{dt}{1+t^2}$.
- 3.2** Appliquer la technique d'intégration par parties à I_1 , en prenant $u(t) = \frac{1}{1+t^2}$ et $v'(t) = 1$.
- note :** On se contentera juste d'appliquer la méthode et de calculer la partie entre crochets.
- 3.3** En déduire que $I_1 = 1 + 2(I_1 - I_2)$.
- 3.4** En déduire la valeur de I_2 .

Exercice 4 - Changement de variable

- 4.1** En posant $y = x^3 + 1$, calculer $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^3 + 1}}$.
- 4.2** En posant $y = \sqrt{1+x}$, calculer $\int_0^1 \frac{x dx}{1 + \sqrt{1+x}}$.
- 4.3** En posant $x = 2 \tan t$, calculer $\int_0^{+\infty} \frac{x^4}{(x^2 + 4)^3} dx.$
- 4.4** En posant $y = \exp(x)$, calculer $\int_0^{\ln \ln 2} \exp(x) \exp(\exp(x)) dx.$
- 4.5** En posant $x = 3 \tan t$, calculer $\int_0^3 \frac{8 dx}{(x^2 + 9)^2}.$