Optimisation des boucles

Christophe Mouilleron

ensiie
école nationale supérieure d'informatique
pour l'industrie et l'entreprise

Plan

Produit de matrices

Code (simplifié) :

```
for (i = 0; i < N; ++i)
  for (j = 0; j < N; ++j)
    for (k = 0; k < N; ++k)
      C[i][j] = C[i][j] + A[i][k] * B[k][j] ;
```

Objectif : Accélérer le calcul en exploitant au mieux le matériel

Plan

Changer l'ordre des boucles

$\rightsquigarrow$ voir `kij.c` et `kji.c`

Résultat :

- aucun changement sémantique . . .
- . . . mais gros écarts dans les temps d'exécution

Explication :

Changer l'ordre des boucles

$\rightsquigarrow$ voir `kij.c` et `kji.c`

Résultat :

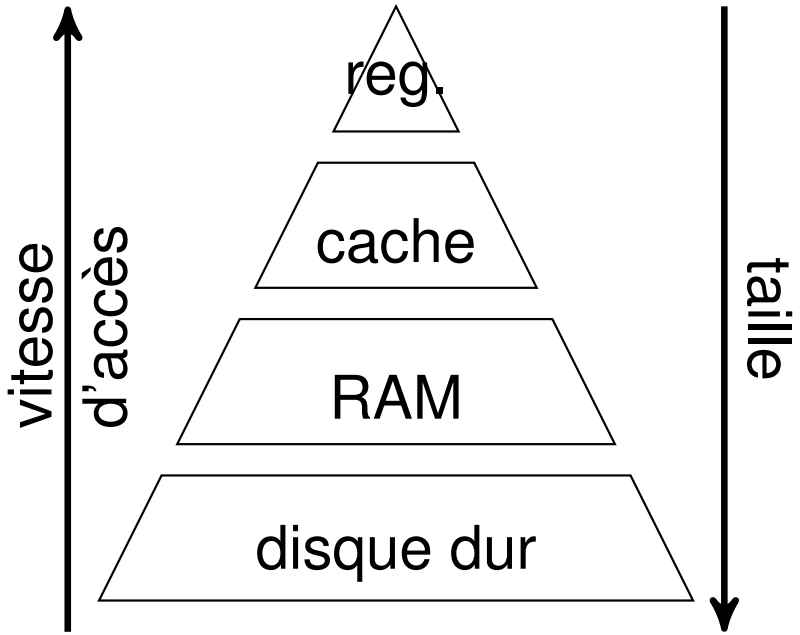
- aucun changement sémantique ...
- ... mais gros écarts dans les temps d'exécution

Explication :

- coûts des accès mémoire différents selon l'algo.

Hiérarchie mémoire

Coût d'accès à la mémoire selon l'endroit disposant de la donnée



Accès efficace si :

- localité = utilisation de données adjacentes
- temporalité = réutilisation d'une donnée récemment utilisée

Modèle mémoire simplifié

Hiérarchie mémoire :

- niveaux multiples
- paramètres dépendants de la machine tailles des caches

Modèle simplifié pour analyser les algos :

- 1 mémoire principale infinie
- 1 cache pouvant accueillir L lignes
  - 1 ligne = S octets consécutifs de la mémoire
  - taille totale = $L \times S$
- gestion optimale du cache (oracle)

Retour sur le produit de matrices

Expliquer les différences = comparer les nb. de défauts de cache

Stockage d'une matrice en C :

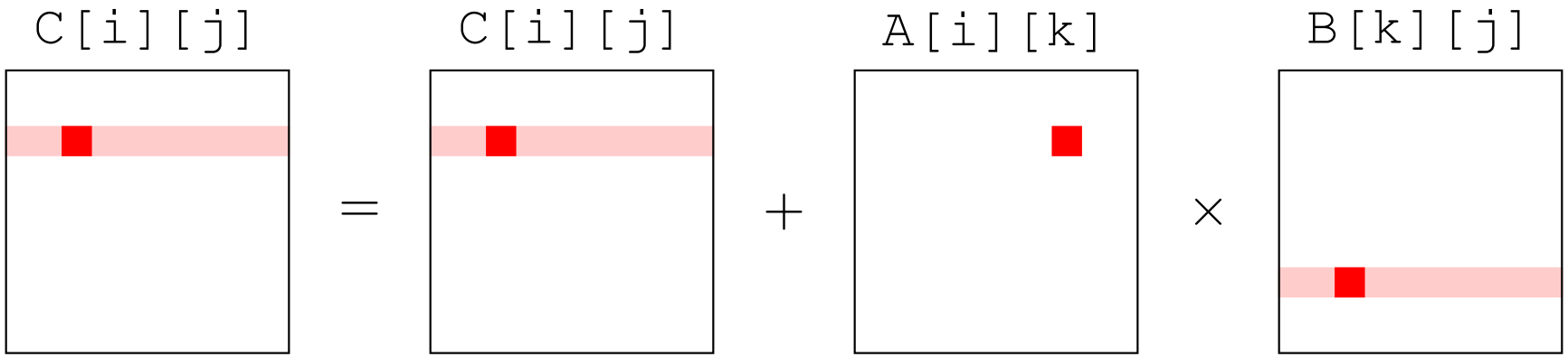
$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \longrightarrow \boxed{a_{11}}\boxed{a_{12}}\boxed{a_{13}}\boxed{a_{21}}\boxed{a_{22}}\boxed{a_{23}}\boxed{a_{31}}\boxed{a_{32}}\boxed{a_{33}}$$

localité $=$ passer de $M[i][j]$ à $M[i][j+1]$

$=$ traiter les matrices par lignes

Analyse de `kij.c`

Boucle interne :



$\rightarrow$ 1 ligne de matrice = $\frac{N}{S}$ lignes de cache

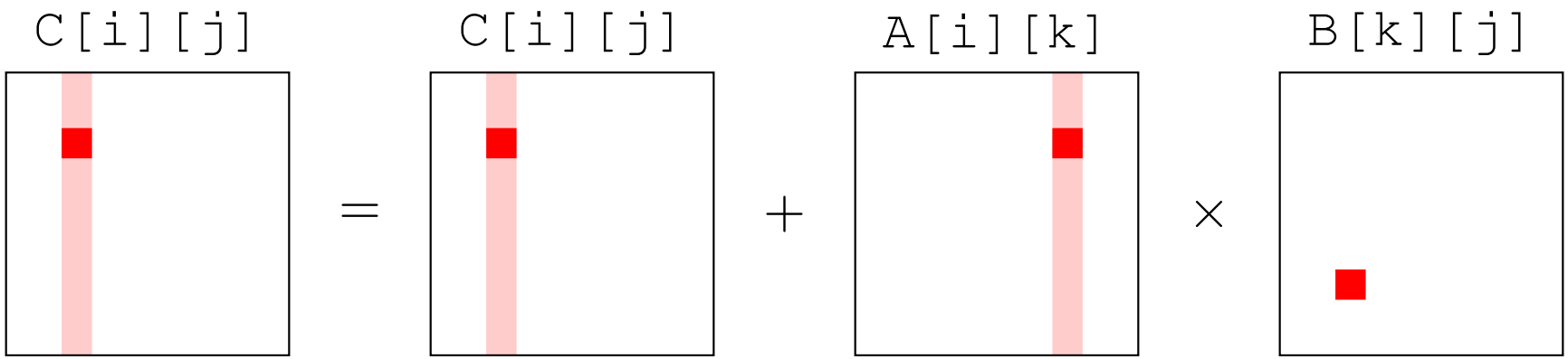
Défauts de cache dans la boucle interne quand $N \gg S$:

pour A 0 ou 1

pour C et B $O\left(\frac{N}{S}\right)$ efficace

Analyse de `kji.c`

Boucle interne :



$\rightarrow$ 1 colonne de matrice = $N \times \left(\text{1 coef. dans 1 ligne de cache}\right)$

Défauts de cache dans la boucle interne quand $N \gg S$:

pour B	0 ou 1
pour A et C	$O(N)$

inefficace

Analyse des différentes permutations

Bilan : parcours en ligne $\Rightarrow$ moins de défauts de cache

Parcours des matrices suivant l'ordre des boucles :

	A	*B*	*C*	
ijk				
ikj				
jik				
jki				
kij				
kji				

Analyse des différentes permutations

Bilan : parcours en ligne $\Rightarrow$ moins de défauts de cache

Parcours des matrices suivant l'ordre des boucles :

	A	*B*	*C*
ijk	ligne	colonne	ligne
ikj	ligne	ligne	ligne
jik	ligne	colonne	colonne
jki	colonne	colonne	colonne
kij	colonne	ligne	ligne
kji	colonne	ligne	colonne

Analyse des différentes permutations

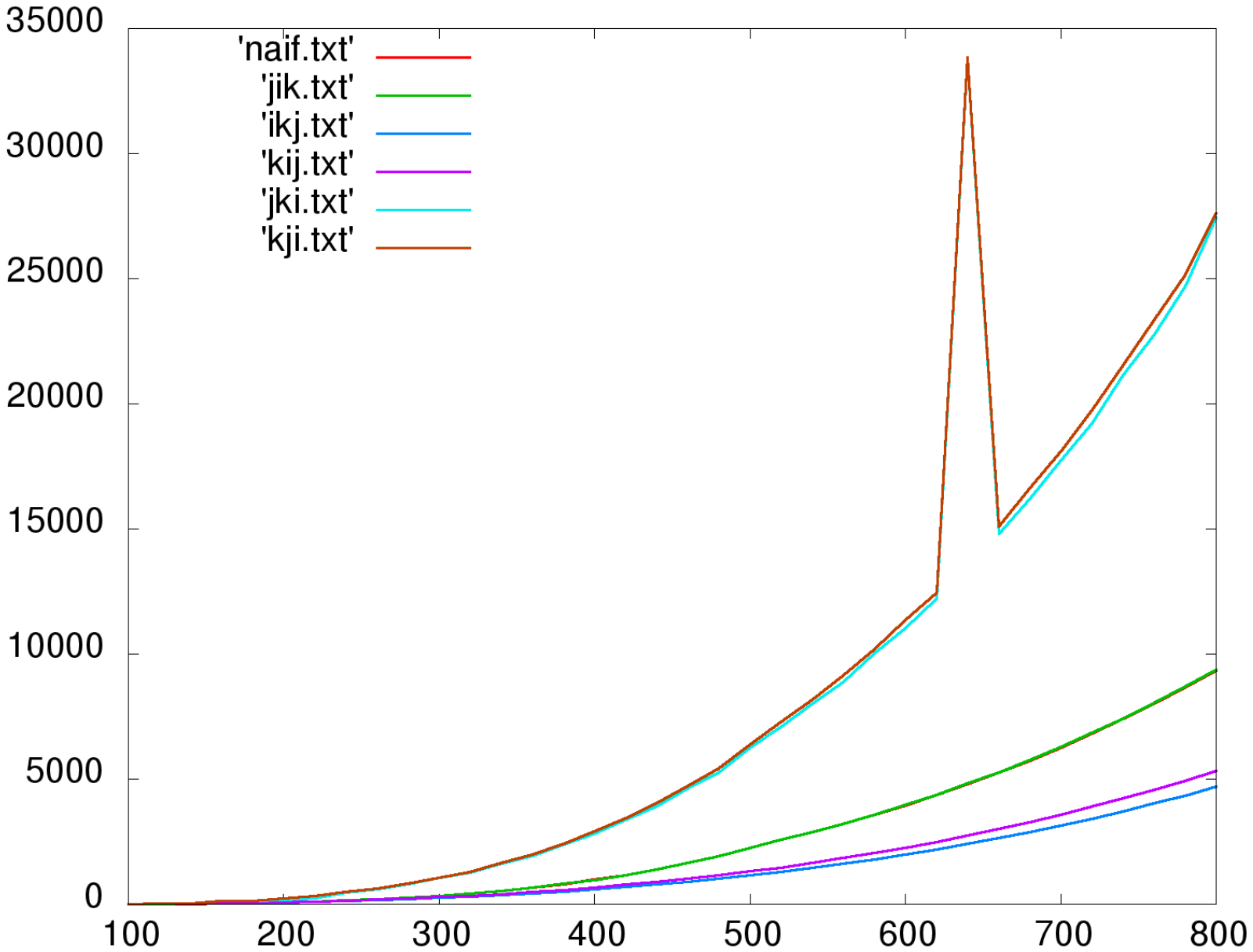
Bilan : parcours en ligne $\Rightarrow$ moins de défauts de cache

Parcours des matrices suivant l'ordre des boucles :

gris = boucles externes

	A	*B*	*C*	
ijk	ligne	colonne	ligne	3e
ikj	ligne	ligne	ligne	1er
jik	ligne	colonne	colonne	4e
jki	colonne	colonne	colonne	6e
kij	colonne	ligne	ligne	2e
kji	colonne	ligne	colonne	5e

Résultats en pratique (en -O0)



Plan

Déroulage de la boucle interne

⇝ voir `unroll.c`

Résultat :

- code plus gros . . .
- . . . mais léger gain de temps

voire pas

Explications :

Déroulage de la boucle interne

$\rightsquigarrow$ voir `unroll.c`

Résultat :

- code plus gros . . .
- . . . mais léger gain de temps — voire pas

Explications :

- moins de sauts $\Rightarrow$ pipeline mieux rempli
- corps de boucle plus gros $\Rightarrow$ meilleur usage de l'ILP — cf cours 6

Utilisation de la temporalité grâce au *Blocking*

$\rightsquigarrow$ voir `block.c`

Idées :

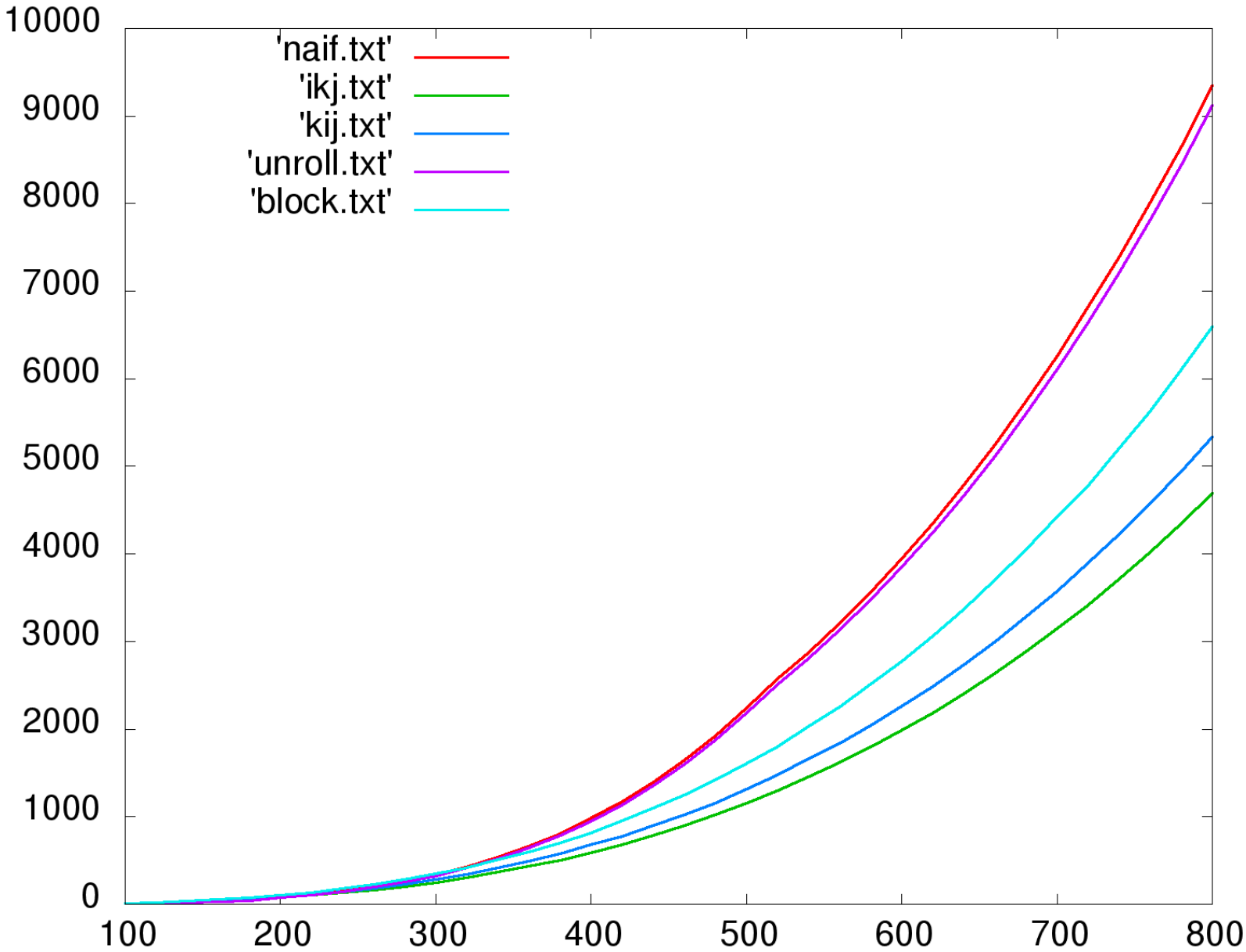
- utiliser le meilleur ordre pour les boucles
- découper en blocs de taille $\approx$ cache L2

Problème = algo. dépendant de la taille des caches

Solutions :

- générer le code en fonction de la machine — ATLAS
- utiliser un algo. *cache-oblivious* — algo. *Divide and Conquer*

Résultats en pratique (en -O2)



Bilan sur le produit de matrices

Produit de matrice =

- calcul intensif
- grosses données en entrée

comparé aux caches

Permutation des boucles :

- pas de changement sémantiques
- différence d'accès à la mémoire
- écart en temps d'un facteur 5

Autres techniques :

- déroulage de boucle $\Rightarrow$ meilleur ILP
- *blocking* = autre façon d'améliorer l'accès mémoire

Plan

Optimisation d'un nid de boucles

Nid de boucles = emboîtement de boucles / instructions simples

- pas des boucles constant
- nombre fixe d'itérations
- accès aux tableaux linéaires A[2*i][N+j-i]
- instructions = arithmétique + affectations

Problème

Étant donné un code avec un nid de boucle, comment réorganiser les boucles pour augmenter les performances ?

Plan

Opérations sur les boucles

Échange

```
for (i=0; i<N; ++i)
  for (j=0; j<N; ++j)
    B[i][j] = A[j][i];
```

$\rightarrow$

```
for (j=0; j<N; ++j)
  for (i=0; i<N; ++i)
    B[i][j] = A[j][i];
```

$$\begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} j \\ i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix}$$

Opérations sur les boucles

Déroulage

```
for (i=0; i<N; ++i)
  A[i] = A[i-1] + 1;
```

$\rightarrow$

```
for (bi=0; bi<N; bi+=S)
  for (k=bi; k<bi+S; ++k)
    A[k] = A[k-1] + 1;
```

$$(i) \mapsto \begin{pmatrix} bi \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i \div S \\ i \bmod S \end{pmatrix}$$

Coalescing

```
for (bi=0; bi<N; bi+=S)
  for (k=bi; k<bi+S; ++k)
    A[k] = A[k-1] + 1;
```

$\rightarrow$

```
for (i=0; i<N; ++i)
  A[i] = A[i-1] + 1;
```

$$\begin{pmatrix} bi \\ k \end{pmatrix} \mapsto (i) = \begin{pmatrix} S & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} bi \\ k \end{pmatrix}$$

Opérations sur les boucles

Fusion

```
for (i=0; i<N; ++i) {
  for (j=0; j<N; ++j)
    B[i] += A[i][j];
  for (j=0; j<N; ++j)
    C[i][j] = 0;
}
```

→

```
for (i=0; i<N; ++i)
  for (j=0; j<N; ++j) {
    B[i] += A[i][j];
    C[i][j] = 0;
}
```

Fission

```
for (i=0; i<N; ++i)
  for (j=0; j<N; ++j) {
    B[i] += A[i][j];
    C[i][j] = 0;
}
```

→

```
for (i=0; i<N; ++i) {
  for (j=0; j<N; ++j)
    B[i] += A[i][j];
  for (j=0; j<N; ++j)
    C[i][j] = 0;
}
```

Opérations sur les boucles

Décalage

```
for (i=0; i<N; ++i)
  A[i+2] = A[i+1] + A[i];
```

→

```
for (j=2; j<N+2; ++j)
  A[j] = A[j-1] + A[j-2];
```

$$(i) \mapsto (j) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}$$

Inversion

```
for (i=0; i<=N; ++i)
  C += A[i] * B[N-i];
```

→

```
for (j=N; j>=0; --j)
  C += A[N-j] * B[j];
```

$$(i) \mapsto (j) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ N \end{pmatrix}$$

Opérations sur les boucles

Transformation unimodulaire

$$\begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix}$$

avec $U \in \mathbb{Z}^{d \times d}$ telle que $\det U = \pm 1$

Exemple avec $U = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$:

```
for (i=0; i<N; ++i)
  for (j=0; j<N; ++j)
    C[i] = A[i] + B[i+j];
```

$\rightarrow$

```
for (u=0; u<N; ++u)
  for (v=u; v<N+u; ++v)
    C[u] = A[u] + B[v];
```

Plan

Validité d'une transformation (1)

```
for (i=1; i<N; ++i)
  for (j=0; j<N; ++j)
    A[i][j] = A[i-1][j];
```

$\xrightarrow{?}$

```
for (j=0; j<N; ++j)
  for (i=1; i<N; ++i)
    A[i][j] = A[i-1][j];
```

Peut-on échanger les deux boucles ?

Validité d'une transformation (1)

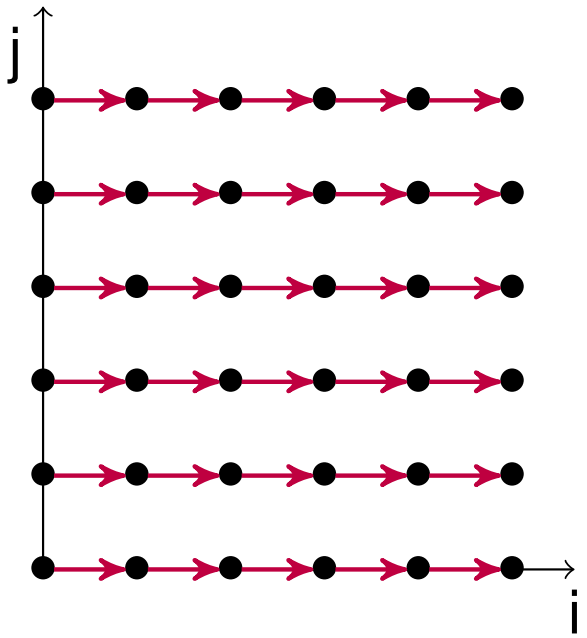
```
for (i=1; i<N; ++i)
  for (j=0; j<N; ++j)
    A[i][j] = A[i-1][j];
```

$\xrightarrow{?}$

```
for (j=0; j<N; ++j)
  for (i=1; i<N; ++i)
    A[i][j] = A[i-1][j];
```

Peut-on échanger les deux boucles ? oui

Graphe de dépendance :



Validité d'une transformation (2)

```
for (i=1; i<N; ++i)
  for (j=0; j<N-1; ++j)
    A[i][j] = A[i-1][j+1];
```

$\xrightarrow{?}$

```
for (j=0; j<N-1; ++j)
  for (i=1; i<N; ++i)
    A[i][j] = A[i-1][j+1];
```

Peut-on échanger les deux boucles ?

Validité d'une transformation (2)

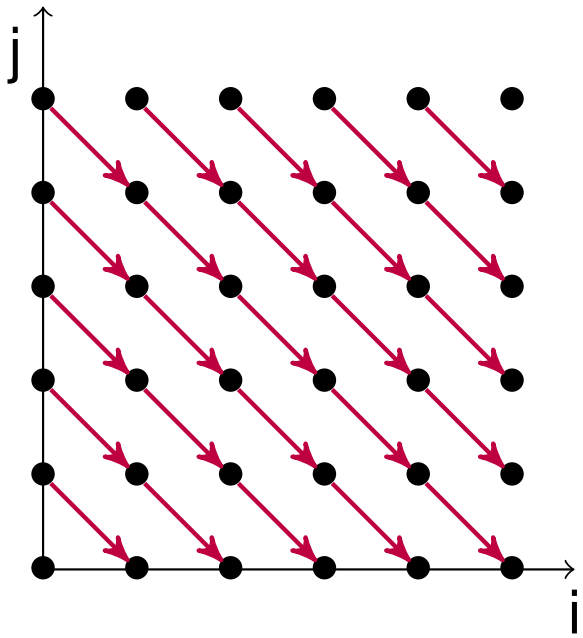
```
for (i=1; i<N; ++i)
  for (j=0; j<N-1; ++j)
    A[i][j] = A[i-1][j+1];
```

$\xrightarrow{?}$

```
for (j=0; j<N-1; ++j)
  for (i=1; i<N; ++i)
    A[i][j] = A[i-1][j+1];
```

Peut-on échanger les deux boucles ? non

Graphe de dépendance :



Dépendances dans un code

3 types de dépendances :

flot écriture puis lecture

$x = \ldots$
$\ldots = x$

anti lecture puis écriture

$\ldots = x$
$x = \ldots$

écriture écriture puis écriture

$x = \ldots$
$x = \ldots$

Dépendance quand :

- deux accès à la même case mémoire
- au moins une écriture

Vecteurs d'itération (1)

Problème : Étant donné une case mémoire, identifier les instants où on accède à cette case.

Cas de boucles imbriquées :

```
for (i=1; i<N; ++i)
  for (j=0; j<N-1; ++j)
    A[i][j] = A[i-1][j+1];
```

Accès à `A[u][v]` :

- en écriture quand $i = u$ et $j = v$
- en lecture quand $i - 1 = u$ et $j + 1 = v$

$\rightsquigarrow$ deux vecteurs d'itération de la forme $\begin{pmatrix} i \\ j \end{pmatrix}$ $\quad \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} u+1 \\ v-1 \end{pmatrix}$

Vecteurs d'itération (2)

Cas d'un code séquentiel :

```
B[i]    = A[i][j];
C[i]    = C[i] + B[i];
A[i][j] = B[i+1] + B[i-1];
```

Accès à `A[u][v]` :

- uniquement quand $u = i$ et $v = j$
- en lecture ligne $\ell = 1$
- en écriture ligne $\ell = 3$

$\rightsquigarrow$ deux vecteurs d'itération pour `A[i][j]` de la forme (ℓ) (1) et (3)

Vecteurs d'itération (3)

Exemple plus général :

```
for (i=1; i<N; ++i) {
  for (j=1; j<N; ++j)
    B[i][j] += A[i-1][j];
  for (j=1; j<N; ++j)
    A[i][j] = B[i][j-1];
}
```

Accès à `A[u][v]` :

- en lecture dans la 1re boucle interne quand $u = i - 1$ et $v = j$
- en écriture dans la 2e boucle interne quand $u = i$ et $v = j$

$\rightsquigarrow$ deux vecteurs d'itération de la forme $\begin{pmatrix} i \\ n \\ j \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} u+1 \\ 1 \\ v \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} u \\ 2 \\ v \end{pmatrix}$

n = num. de la boucle interne

Vecteurs d'itération (4)

Cas général = ajouter dans l'ordre :

- une composante par niveau de boucle
- une composante pour compter les étapes d'un calcul séquentiel

Propriété

I a lieu avant I' si et seulement si $I \leq_{\text{lex}} I'$.

Vecteurs d'itération (4)

Cas général = ajouter dans l'ordre :

- une composante par niveau de boucle
- une composante pour compter les étapes d'un calcul séquentiel

Propriété

I a lieu avant I' si et seulement si $I \leq_{\text{lex}} I'$.

Remarques :

- taille du vecteur d'itération $\leftrightarrow$ profondeur du code

  aucun lien avec la dim. du tableau
- ajouter une composante fixée à 1 pour les décalages des indices
- ajouter une composante fixée à N pour les inversions de boucle

Vecteurs de dépendance

Idée :

- dépendances souvent simples
- besoin d'un modèle plus condensé que le graphe de dépendances

Définition

Pour chaque paire de vecteurs d'itération (I, I') telle que :

- $I = (i_1, \ldots, i_d)$ et $I' = (i'_1, \ldots, i'_d)$
- $I \leq_{\text{lex}} I'$ I a lieu avant I'
- il existe une dépendance entre I et I'

on définit un vecteur de dépendance par

$$\delta = (i'_1 - i_1, \ \ldots, \ i'_d - i_d).$$

Exemple de vecteur de dépendance

```
for (i=1; i<N; ++i)
  for (j=0; j<N-1; ++j)
    A[i][j] = A[i-1][j+1];
```

Accès à `A[u][v]` :

- en écriture quand $i = u$ et $j = v$ $\qquad I = \binom{u}{v}$
- en lecture quand $i - 1 = u$ et $j + 1 = v$ $\qquad I' = \binom{u+1}{v-1}$

$\rightsquigarrow$ Vecteur de dépendance : $\binom{u+1}{v-1} - \binom{u}{v} = \binom{1}{-1}$

Même vecteur pour tout (u, v).

Plan

Critère de validité d'une transformation unimodulaire

On considère une transformation unimodulaire : $\begin{pmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_d \end{pmatrix} \mapsto U \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_d \end{pmatrix}$

Propriété

Une transformation unimodulaire de matrice U est valide si et seulement si, pour tout vecteur de dépendance δ, on a $U \cdot \delta \geq_{\text{lex}} 0$.

Preuve = si dépendance entre I et I' :

- vecteur de dépendance $\delta = I' - I$ $\qquad I \leq_{\text{lex}} I'$
- transformation = itération I effectuée à l'étape $U \cdot I$
- $U \cdot \delta \geq_{\text{lex}} 0 \Rightarrow U \cdot I' \geq_{\text{lex}} U \cdot I \Rightarrow$ dépendance respectée
- $U \cdot \delta <_{\text{lex}} 0 \Rightarrow U \cdot I' < U \cdot I \Rightarrow$ transfo. non valide

Retour sur les exemples d'échanges

```
for (i=1; i<N; ++i)
  for (j=0; j<N-1; ++j)
    A[i][j] = A[i-1][j+1];
```

vecteurs de dép. : $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$

Échange $\rightsquigarrow U = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow$ non valide

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \not\succeq_{\text{lex}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Retour sur les exemples d'échanges

```
for (i=1; i<N; ++i)
  for (j=0; j<N-1; ++j)
    A[i][j] = A[i-1][j+1];
```

vecteurs de dép. : $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$

Échange $\rightsquigarrow U = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \not\succeq_{\text{lex}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow$ non valide

```
for (i=1; i<N; ++i)
  for (j=0; j<N; ++j)
    A[i][j] = A[i-1][j];
```

vecteurs de dép. :

Échange $\rightsquigarrow U = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Retour sur les exemples d'échanges

```
for (i=1; i<N; ++i)
  for (j=0; j<N-1; ++j)
    A[i][j] = A[i-1][j+1];
```

vecteurs de dép. : $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$

Échange $\rightsquigarrow U = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \not\geq_{\text{lex}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow$ non valide

```
for (i=1; i<N; ++i)
  for (j=0; j<N; ++j)
    A[i][j] = A[i-1][j];
```

vecteurs de dép. : $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

Échange $\rightsquigarrow U = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \geq_{\text{lex}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow$ valide

Exemple de fusion de boucle

```
for (i=1; i<N; ++i) {
  for (j=1; j<N; ++j)
    B[i][j] += A[i-1][j];
  for (j=1; j<N; ++j)
    A[i][j] = B[i][j-1];
}
```

$\xrightarrow{?}$

```
for (i=1; i<N; ++i)
  for (j=1; j<N; ++j) {
    B[i][j] += A[i-1][j];
    A[i][j] = B[i][j-1];
  }
```

Vecteurs de dépendance ?

code de gauche

Exemple de fusion de boucle

```
for (i=1; i<N; ++i) {
  for (j=1; j<N; ++j)
    B[i][j] += A[i-1][j];
  for (j=1; j<N; ++j)
    A[i][j] = B[i][j-1];
}
```

$\xrightarrow{?}$

```
for (i=1; i<N; ++i)
  for (j=1; j<N; ++j) {
    B[i][j] += A[i-1][j];
    A[i][j] = B[i][j-1];
  }
```

Vecteurs de dépendance ? code de gauche

- pour $A[u][v]$: $\delta_A = \begin{pmatrix} u+1 \\ 1 \\ v \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u \\ 2 \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- pour $B[u][v]$: $\delta_B = \begin{pmatrix} u \\ 2 \\ v+1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u \\ 1 \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Matrice de transfo. = $U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\quad U \cdot \delta_A \geq_{lex} 0 \quad U \cdot \delta_B \geq_{lex} 0$

$\rightsquigarrow$ fusion valide

Exemple de fission de boucle

```
for (i=1; i<N; ++i) {
  for (j=1; j<N; ++j)
    B[i][j] += A[i-1][j];
  for (j=1; j<N; ++j)
    A[i][j] = B[i][j-1];
}
```

$\xrightarrow{?}$

```
for (i=1; i<N; ++i)
  for (j=1; j<N; ++j)
    B[i][j] += A[i-1][j];
for (i=1; i<N; ++i)
  for (j=1; j<N; ++j)
    A[i][j] = B[i][j-1];
```

Vecteurs de dépendance : $\delta_A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\delta_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Matrice de transfo. = $U = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $U \cdot \delta_A = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \not\geq_{lex} 0$

$\rightsquigarrow$ fission non valide

Exemple d'inversion de boucle

```
for (i=1; i<=N-1; ++i)
 for (j=1; j<=N-1; ++j)
   A[i-1][N-j] = A[i][N-j-1];
```

$\xrightarrow{?}$

```
for (i=1; i<=N-1; ++i)
 for (j=1; j<=N-1; ++j)
   A[i-1][j] = A[i][j-1];
```

Exemple d'inversion de boucle

```
for (i=1; i<=N-1; ++i)
 for (j=1; j<=N-1; ++j)
   A[i-1][N-j] = A[i][N-j-1];
```

$\xrightarrow{?}$

```
for (i=1; i<=N-1; ++i)
 for (j=1; j<=N-1; ++j)
   A[i-1][j] = A[i][j-1];
```

Accès à $A[u][v]$?

- en écriture si $u = i - 1$ et $v = N - j$
- en lecture si $u = i$ et $v = N - j - 1$

$$\delta_A = \begin{pmatrix} u+1 \\ N-v \\ N \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u \\ N-v-1 \\ N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Matrice de transfo. = $U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$U \cdot \delta_A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \geq_{lex} 0$$

$\rightsquigarrow$ inversion valide

Conclusion sur l'optimisation d'un nid de boucles

1. Déterminer des transformations qui améliorent :
   - la localité
   - l'ordre d'accès aux coefficients d'une matrice
   - le parallélisme
2. Trier ces transformations :
   - garder uniquement les transfo. valides
   - privilégier les transfo. améliorant plusieurs critères
3. Comparer expérimentalement :
   - hiérarchie mémoire complexe
   - optimisations parfois mutuellement exclusives