Christophe Mouilleron
christophe.mouilleron@ensiie.fr

TD 1 : Mots, langages, et automates

Exercice 1 - Inclusions

On considère l'alphabet $A = \{a, b\}$, et un entier $n \in \mathbb{N}^*$ fixé.

1.1 Déterminer toutes les inclusions possibles entre les langages suivants :

(i) l'ensemble de tous les mots de longueur n,

(ii) l'ensemble des mots s'écrivant comme une succession de a suivie d'une succession de b,

(iii) l'ensemble des mots avec autant de a que de b,

(iv) l'ensemble des mots de longueur n avec autant de a que de b,

(v) l'ensemble des mots où aucun a n'apparaît après un b.

Exercice 2 - Combinatoire

On considère l'alphabet A composé de k lettres.

2.1 Combien y a-t-il de mots de longueur n ?

2.2 Combien y a-t-il de mots de longueur n contenant exactement l fois une lettre donnée ?

2.3 Combien de facteurs de longueur 3 différents peut-il y avoir au minimum dans un mot de $n > 3$? et au maximum ? Donner des exemples atteignant ces valeurs.

Exercice 3 - Opérations sur les langages

On considère l'alphabet $A = \{a, b\}$, et le langage $L = \{a, ba, ab\}$.

3.1 Déterminer $M = \{u^2,\ u \in L\}$.

3.2 Déterminer L^2 et comparer le résultat avec M.

3.3 Expliquer pourquoi les mots de L^* ont plus (ou autant) de a que de b.

3.4 Trouver un mot avec autant de a et b, mais qui n'appartient pas à L^*.

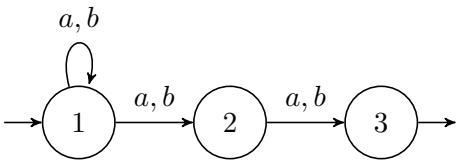
3.5 Déterminer $a^{-1}M$.

3.6 Vérifier que $a^{-1}L = La^{-1}$.

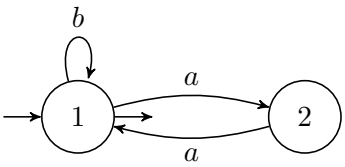
Exercice 4 - De l'automate au langage

Pour chacun des automates suivants, décrire le langage reconnu par cet automate.

4.1



4.2



Christophe Mouilleron
christophe.mouilleron@ensiie.fr

Exercice 5 - Du langage à l'automate

Pour chacun des langages suivants, proposer un automate fini reconnaissant ce langage.

5.1 $\{u \in A^*,\ |u|_a = 3\}$ sur $A = \{a, b\}$.

5.2 $\{u \in A^*,\ |u|_b > 2\}$ sur $A = \{a, b\}$.

5.3 $\{u \in A^*,\ bac$ est un facteur de $u\}$ sur $A = \{a, b, c\}$.

5.4 L'ensemble des puissances de 2 écrites en binaire avec lecture de droite à gauche.

5.5 L'ensemble des puissances de 4 écrites en binaire avec lecture de gauche à droite.

5.6 $\{u \in A^*,\ |u|_a \not\equiv |u|_b \bmod 2\}$ sur $A = \{a, b\}$.