

TD 3 : Expressions rationnelles

Exercice 1 - Du langage à une expression rationnelle

Donner, pour chacun des langages suivants, une expression rationnelle correspondant au langage.

- 1.1 $L_1 = \{u \in A^*, |u|_a = 1\}$ avec $A = \{a, b\}$.
- 1.2 $L_2 = \{u \in A^*, |u|_a > 2\}$ avec $A = \{a, b\}$.
- 1.3 $L_3 = \{a^n b^m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \in \mathbb{N}^*\}$.
- 1.4 $L_4 = \{u \in A^*, bb \text{ n'est pas un facteur de } u\}$ avec $A = \{a, b\}$.
- 1.5 $L_5 = \{u \in A^*, n = |u| \geq 2 \text{ et } u_1 = u_n\}$ avec $A = \{a, b, c\}$.

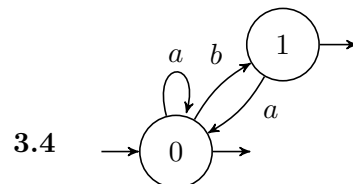
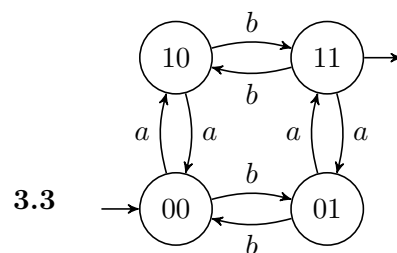
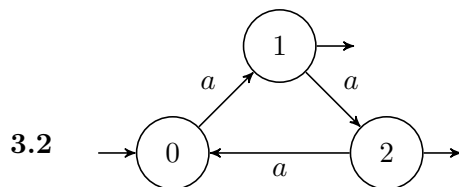
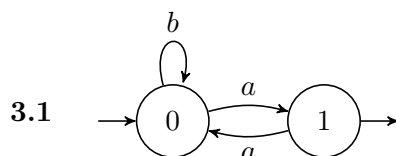
Exercice 2 - Algorithme de Glushkov

Pour chacune des expressions rationnelles suivantes, construire l'automate correspondant en appliquant l'algorithme de Glushkov.

- 2.1 $(a + ba)^*$
- 2.2 $(a + b^2)b^*(\varepsilon + a + b)$
- 2.3 $(a^+ + b)(ab + ba)$

Exercice 3 - Élimination des états

Pour chacun des automates suivants, appliquer l'algorithme d'élimination des états pour obtenir une expression rationnelle. Déterminer le langage reconnu par l'automate.



Exercice 4 - Automates et expressions rationnelles

(examen 2022-2023)

On considère dans cet exercice l'alphabet $A = \{a, b\}$.

4.1 Proposez un automate \mathcal{A}_1 reconnaissant le langage $L_1 = \{u \in A^*, |u|_a = 2\}$, constitué des mots contenant exactement deux a .

4.2 Appliquez l'algorithme de Glushkov pour obtenir un automate \mathcal{A}_2 correspondant à l'expression rationnelle A^*b .

4.3 À partir de \mathcal{A}_1 et \mathcal{A}_2 , construisez un automate reconnaissant le langage L des mots contenant exactement deux a et finissant par b .

4.4 Utilisez l'algorithme d'élimination des états sur l'automate ainsi obtenu pour trouver une expression rationnelle correspondant au langage L .