Christophe Mouilleron
christophe.mouilleron@ensiie.fr

TD 3 : Expressions rationnelles

Exercice 1 - Du langage à une expression rationnelle

Donner, pour chacun des langages suivants, une expression rationnelle correspondant au langage.

1.1 $L_1 = \{u \in A^*,\ |u|_a = 1\}$ avec $A = \{a, b\}$.

1.2 $L_2 = \{u \in A^*,\ |u|_a > 2\}$ avec $A = \{a, b\}$.

1.3 $L_3 = \{a^n b^m, n \in \mathbb{N} \text{ et } m \in \mathbb{N}^*\}$.

1.4 $L_4 = \{u \in A^*,\ \text{ tout } b \text{ dans } u \text{ est immédiatement suivi d'un } a\ \}$ avec $A = \{a, b\}$.

1.5 $L_5 = \{u \in A^*,\ bb \text{ n'est pas un facteur de } u\}$ avec $A = \{a, b\}$.

Exercice 2 - Algorithme de Glushkov

Pour chacune des expressions rationnelles suivantes, construire l'automate correspondant en appliquant l'algorithme de Glushkov.

2.1 $(a + ba)^*$

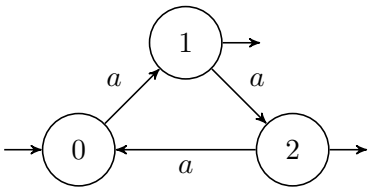
2.2 $(a + b^2)b^*(\varepsilon + a + b)$

2.3 $(a^+ + b)(ab + ba)$

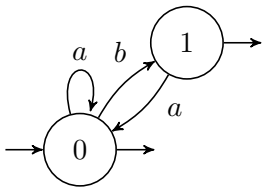
Exercice 3 - Élimination des états

Pour chacun des automates suivants, appliquer l'algorithme d'élimination des états pour obtenir une expression rationnelle. Déterminer le langage reconnu par l'automate.

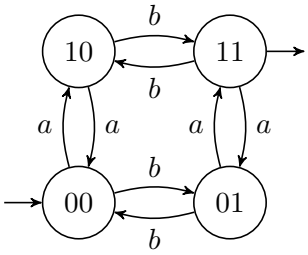
3.1



3.3



3.2



Exercice 4 - Automates et expressions rationnelles (examen 2022-2023)

On considère dans cet exercice l'alphabet $A = \{a,\ b\}$.

4.1 Proposez un automate $\mathcal{A}_1$ reconnaissant le langage $L_1 = \{u \in A^*,\ |u|_a = 2\}$, constitué des mots contenant exactement deux a.

4.2 Appliquez l'algorithme de Glushkov pour obtenir un automate $\mathcal{A}_2$ correspondant à l'expression rationnelle A^*b.

4.3 À partir de $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$, construisez un automate reconnaissant le langage L des mots contenant exactement deux a et finissant par b.

4.4 Utilisez l'algorithme d'élimination des états sur l'automate ainsi obtenu pour trouver une expression rationnelle correspondant au langage L.