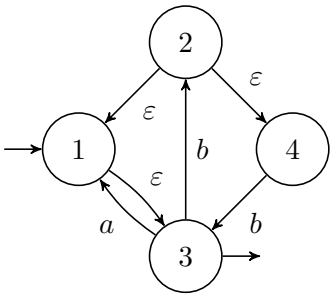
TD 4 : Automates finis déterministes

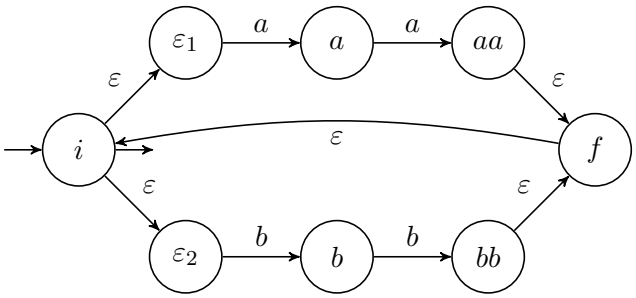
Exercice 1 - Élimination des transitions vides

Pour chacun des automates suivants, construire un automate sans transitions vides équivalent.

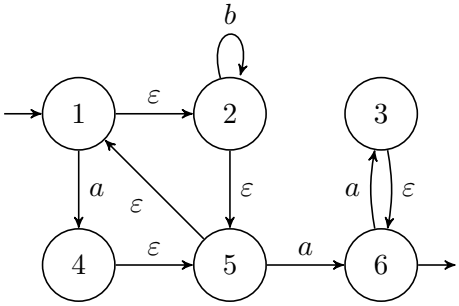
1.1



1.2



1.3



Exercice 2 - Le prix du déterminisme

2.1 Rappeler quel est, pour un automate à n états, le nombre maximum d'états de l'automate déterministe correspondant.

2.2 Soit $A = \{a, b\}$. On considère l'automate $\mathcal{A}_n = (A, Q_n, I_n, F_n, E_n)$ défini par :

$$Q_n = \{0, 1, \ldots, n-1\}, \qquad I_n = Q_n, \qquad F_n = \{0\},$$

$$E_n = \{(i, a, i) \mid 0 < i < n\} \cup \{(i, b, j) \mid j = i + 1 \bmod n\}.$$

Dessiner $\mathcal{A}_2$, puis montrer que l'automate déterministe correspondant possède 4 états.

2.3 Déterminiser $\mathcal{A}_3$. Combien a-t-il d'états ?

2.4 Que pouvez-vous dire de la déterminisation de $\mathcal{A}_n$?

Exercice 3 - Du langage à l'automate, le retour

Pour chacun des langages suivants, proposer un automate fini déterministe reconnaissant ce langage. On pourra si besoin passer par un automate non-déterministe que l'on déterminisera.

3.1 $L_1 = \{ua, u \in A^*\}$ sur $A = \{a, b\}$

3.2 $L_2 = \{u \in A^*,\ ab \text{ est un facteur de } u\}$ sur $A = \{a, b\}$

3.3 $L_3 = \{u \in A^*,\ |u|_a = 3\}$ sur $A = \{a, b\}$

3.4 $L_4 = \{u \in A^*,\ |u|_a \not\equiv |u|_b \bmod 2\}$ sur $A = \{a, b\}$

3.5 $L_5 = \{u \in A^*,\ |u|_a > 0 \text{ et } |u|_b > 0\}$ sur $A = \{a, b\}$.

Exercice 4 - Complémentaire

Pour chacun des langages suivants, construire un automate reconnaissant ce langage à partir d'un automate reconnaissant son complémentaire.

Sauf mention contraire, on utilisera $A = \{a, b\}$.

4.1 $L_1 = \{u \in A^*,\ u \text{ ne contient pas le facteur } bac\}$, où $A = \{a, b, c\}$.

4.2 $L_2 = \{u \in A^*,\ |u|_b \neq 2\}$.

4.3 $L_3 = \{u \in A^*,\ n = |u| \geq 2 \text{ et } u_1 \neq u_n\}$.

4.4 $L_4 = \{u \in A^*,\ |u|_a \neq 1 \text{ ou } |u|_b \text{ pair}\}$.