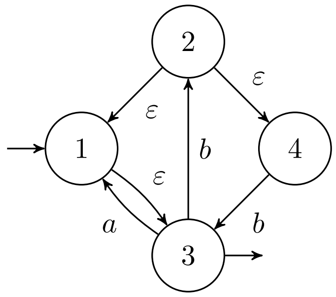
Christophe Mouilleron
christophe.mouilleron@ensiie.fr

TD 4 : Automates finis déterministes

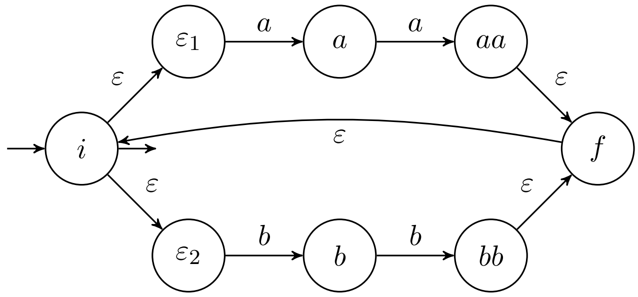
Exercice 1 - Élimination des transitions vides

Pour chacun des automates suivants, construire un automate sans transitions vides équivalent.

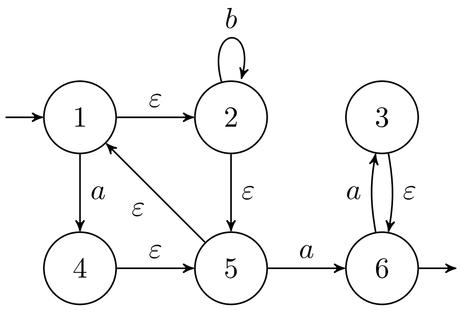
1.1



1.2



1.3



Exercice 2 - Du langage à l'automate, le retour

Pour chacun des langages suivants, proposer un automate fini déterministe reconnaissant ce langage. On pourra si besoin passer par un automate non-déterministe que l'on déterminisera.

2.1 $\{ua, u \in A^*\}$ sur $A = \{a, b\}$.

2.2 $\{u \in A^*,\ ab$ est un facteur de $u\}$ sur $A = \{a, b\}$.

2.3 $\{u \in A^*,\ |u|_a = 3\}$ sur $A = \{a, b\}$.

2.4 $\{u \in A^*,\ |u|_a \not\equiv |u|_b \bmod 2\}$ sur $A = \{a, b\}$.

2.5 $\{u \in A^*,\ |u|_a > 0$ et $|u|_b > 0\}$ sur $A = \{a, b\}$.

Exercice 3 - Le prix du déterminisme

3.1 Rappeler quel est, pour un automate à n états, le nombre maximum d'états de l'automate déterministe correspondant.

3.2 Soit $A = \{a, b\}$. On considère l'automate $\mathcal{A}_n = (A, Q_n, I_n, F_n, E_n)$ défini par :

$$Q_n = \{0, 1, \ldots, n-1\}, \qquad I_n = Q_n, \qquad F_n = \{0\},$$

$$E_n = \{(i, a, i) \mid 0 < i < n\} \cup \{(i, b, j) \mid j = i + 1 \bmod n\}.$$

Dessiner $\mathcal{A}_2$, puis montrer que l'automate déterministe correspondant possède 4 états.

3.3 Déterminiser $\mathcal{A}_3$. Combien a-t-il d'états ?

3.4 Que pouvez-vous dire de la déterminisation de $\mathcal{A}_n$?

Exercice 4 - Complémentaire

Pour chacun des langages sur $A = \{a, b\}$ suivants, construire un automate reconnaissant ce langage à partir d'un automate reconnaissant son complémentaire.

4.1 $L_1 = \{u \in A^*,\ u$ ne contient pas le facteur $aba\}$.

4.2 $L_2 = \{u \in A^*,\ |u|_b \neq 2\}$.

4.3 $L_3 = \{u \in A^*,\ n = |u| \geq 2$ et $u_1 \neq u_n\}$.

4.4 $L_4 = \{u \in A^*,\ |u|_a \neq 1$ ou $|u|_b$ pair$\}$.