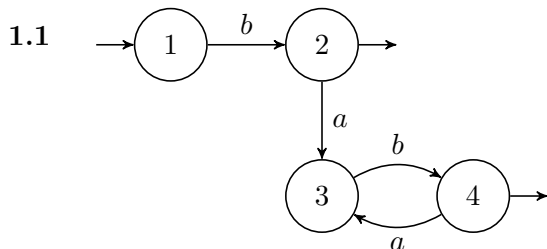


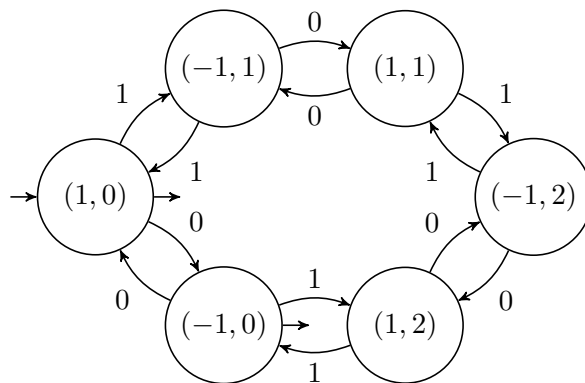
TD 5 : Minimisation

Exercice 1 - Minimisation d'automates

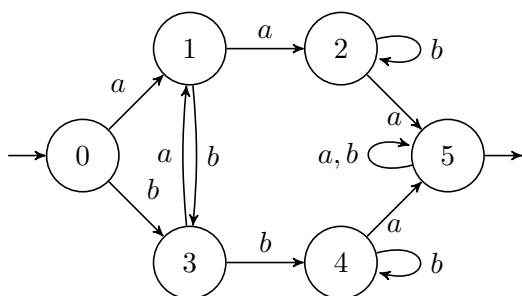
Grâce à l'algorithme de Moore, calculer un automate minimal pour les automates suivants.



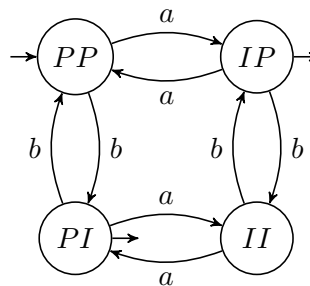
1.3



1.2



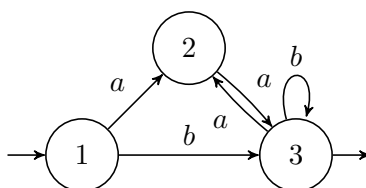
1.4



Exercice 2 - Comparaison d'expressions rationnelles

(examen 2021-2022)

On considère l'automate fini \mathcal{A}_1 suivant :



2.1 Cet automate est-il déterministe ? complet ? minimal ? Justifiez vos réponses.

2.2 En utilisant la méthode par élimination des états, donnez une expression régulière e_1 pour le langage reconnu par l'automate.

2.3 Grâce à l'algorithme de Glushkov, trouvez un automate correspondant à $e_2 = (b + aa)^*b$.

2.4 Calculez l'automate \mathcal{A}_d en déterminisant l'automate obtenu à la question précédente.

2.5 Appliquez l'algorithme de minimisation de Moore à \mathcal{A}_d afin d'obtenir un nouvel automate, que l'on notera \mathcal{A}_m dans la suite.

note : On pourra omettre les états puits de \mathcal{A}_d et \mathcal{A}_m .

2.6 En comparant \mathcal{A}_m à l'automate \mathcal{A}_1 , expliquez pourquoi :

- (i) $\llbracket e_2 \rrbracket \subset \llbracket e_1 \rrbracket$, c'est-à-dire que tout mot filtré par e_2 est aussi filtré par e_1 ;
- (ii) $e_1 \not\equiv e_2$, c'est-à-dire qu'il existe un mot filtré par une seule des deux expressions rationnelles.

Exercice 3 - Automates des résiduels

- 3.1 Construire l'automate des résiduels associé à l'expression régulière $(aa + ab + ba)^*$.
- 3.2 Construire l'automate des résiduels associé au langage $L = \{u \in A^*, aab \text{ facteur de } u\}$.
- 3.3 Construire l'automate des résiduels associé au langage $L = \{u \in A^*, |u|_a \geq 1 \text{ et } |u|_b \geq 1\}$.

Exercice 4 - Simplification d'une expression régulière (rattrapage 2020-2021)

On considère l'expression régulière $e = (a^*b)^*a^*$.

- 4.1 Appliquer l'algorithme de Glushkov pour obtenir un automate \mathcal{A} correspondant à l'expression régulière e .
- 4.2 Transformer l'automate \mathcal{A} en automate déterministe.
- 4.3 En déduire un automate minimal correspondant à l'expression régulière e .
- 4.4 En utilisant ce qui précède, proposer une expression régulière très simple équivalente à e .

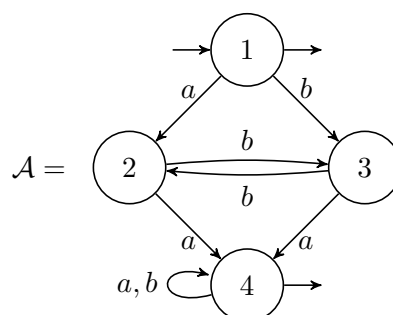
Exercice 5 - Algorithme de Brzowski (examen 2022-2023)

L'algorithme de Brzowski est une méthode pour calculer l'automate minimal à partir d'un automate déterministe \mathcal{A} . Il consiste en la construction de :

- 1. l'automate transposé \mathcal{A}^T de l'automate \mathcal{A} ,
- 2. l'automate \mathcal{A}_1 obtenu en déterminisant \mathcal{A}^T ,
- 3. l'automate transposé \mathcal{A}_1^T de l'automate \mathcal{A}_1 ,
- 4. et enfin l'automate \mathcal{A}_2 obtenu en déterminisant \mathcal{A}_1^T .

L'automate \mathcal{A}_2 ainsi obtenu est l'automate minimal de \mathcal{A} .

- 5.1 Appliquez l'algorithme de Brzowski sur l'automate \mathcal{A} suivant.



- 5.2 Appliquez l'algorithme de minimisation de Moore sur l'automate \mathcal{A} , et vérifiez que le résultat obtenu est bien le même que l'automate \mathcal{A}_2 obtenu à la question précédente.
- 5.3 Expliquez pourquoi l'automate \mathcal{A}_2 produit par l'algorithme de Brzowski reconnaît bien exactement le même langage que l'automate \mathcal{A} de départ.
- 5.4 Donnez un avantage et un inconvénient de l'algorithme de Brzowski par rapport à Moore.