

TD 2 : Logique propositionnelle (1)

Exercice 1 - Tables de vérité

Écrire les tables de vérité des formules suivantes.

- 1.1 $(p \Rightarrow q) \Rightarrow \neg q \Rightarrow \neg p$
- 1.2 $((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)) \wedge ((\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q))$
- 1.3 $((p \Rightarrow q) \vee s) \wedge ((s \Rightarrow q) \vee \neg p)$
- 1.4 $((p \Rightarrow q) \Rightarrow r) \Rightarrow s$

Exercice 2 - Preuve sémantique

On considère les propositions suivantes :

- Si Alice et Julie viennent à Paris, Zoé viendra aussi
- Si Julie vient à Paris, Alice aussi
- Julie ou Zoé, l'une des deux au moins, viendra à Paris.

- 2.1 Formaliser ces trois propositions en logique propositionnelle.
- 2.2 Démontrer que Zoé viendra à Paris en faisant une démonstration sémantique.

Exercice 3 - Club écossais

Pour constituer un club, on a énoncé le règlement suivant.

Article 1 Tout membre non écossais porte des chaussettes oranges.

Article 2 Tout membre porte un kilt ou ne porte pas de chaussettes oranges.

Article 3 Les membres mariés ne sortent pas le dimanche.

Article 4 Un membre sort le dimanche si et seulement si il est écossais.

Article 5 Tout membre qui porte un kilt est écossais et marié.

Article 6 Tout membre écossais porte un kilt.

- 3.1 Modéliser ce règlement à l'aide de la logique propositionnelle.
- 3.2 Donner une explication sémantique au fait que ce club ne puisse pas avoir de membre.

Exercice 4 -

4.1 Donner une définition inductive du sous-ensemble E des formules qui ne contiennent que des variables et les connecteurs \wedge et \vee uniquement.

4.2 Démontrer que, si F est une formule propositionnelle n'utilisant que des variables et les connecteurs \wedge et \vee , et si I est une interprétation telle que $I(v) = 1$ pour chaque variable v apparaissant dans F , alors on a $I \models F$.

Exercice 5 - FNC, satisfiabilité

(rattrapage 2023-2024)

5.1 Traduire les assertions suivantes en logique propositionnelle :

- (i) Judith sera contente si elle joue au tennis ou si elle réussit son examen ;
- (ii) Pour réussir son examen, il suffit que Judith révise ;
- (iii) Judith doit choisir entre faire du tennis et réviser (elle ne pourra pas faire les deux).

5.2 Mettre les formules précédentes sous forme normale conjonctive.

5.3 Montrer, en partant des formules sous forme normale conjonctive et en utilisant une méthode vue en cours, que Judith peut ne pas réviser et être contente.