

## Chapitre 4

# Contrôle flou

*Le contrôle flou tire son nom des applications de contrôle ou de commande en automatique, mais il déborde maintenant ce cadre par ses multiples applications, partout où une modélisation mathématique est difficile. Le principe de cet algorithme de contrôle est très simple, il consiste à réaliser une «interpolation» entre un petit nombre de situations connues données par un expert sous la forme de règles floues du genre «si x est petit et y est modéré, alors u doit être très grand». La mise au point des prédicats évoqués par ces règles se fait généralement de façon empirique, mais de plus en plus, différentes méthodes d'apprentissage ont été appliquées dans le but d'avoir des systèmes de contrôle auto-adaptatif.*

### 4.1. Algorithme du contrôleur flou

Le contrôle flou est l'étude, la mise au point et l'expérimentation de systèmes basés sur des règles exprimées par des catégories linguistiques mal définies telles que :

si (X est A<sub>1</sub>) et (Y est A<sub>2</sub>) alors (U est B)

où A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, B sont des prédicats mentionnés comme «grand positif», «moyen», «presque nul».

Ces systèmes ont en commun d'avoir un petit nombre de règles (généralement entre 5 et 20), et de les considérer en disjonction : on ne veut pas voir de contradictions entre ces règles, mais au contraire, les prédicats se chevauchant, toutes les règles concourent à la détermination du paramètre U à contrôler.

La plupart du temps ces règles ont une, deux voire trois prémisses portant souvent sur un paramètre d'entrée E (erreur ou écart entre une valeur mesurée et une valeur cible ou «consigne» C) et sur la variation  $\Delta E$  de ce paramètre entre deux mesures consécutives (E et sa dérivée E' si on préfère).

### CONTRÔLE FLOU ET SYSTÈMES-EXPERTS

Nés vers les années 70, ces systèmes se sont développés séparément, et se distinguent donc des systèmes-expert sur plusieurs points : le petit nombre de règles, un traitement simple des contradictions, mais encore par le fait qu'ils ne servent pas à déterminer un objet à partir de données initiales au cours d'une session, mais à modifier en permanence un paramètre en bouclant continuellement, chaque règle apportant sa contribution, le paramètre de sortie est obtenu par superposition des informations contenues dans les règles. Il y a là un passage du quantitatif vers le qualitatif puis retour au quantitatif. Par ailleurs il n'y a pas d'enchaînement logique de déductions, sauf à faire fonctionner deux contrôleurs successivement dans le but de déterminer plusieurs paramètres.

#### LES RÈGLES

En fait il faut regarder un système de règles de contrôle flou comme une fonction (en général partiellement définie, dont on connaît des points imprécis du graphe) de

$$\Phi : \{\text{petit, moyen, grand}\} * \{\text{petit, moyen, grand}\} \rightarrow \{\text{petit, moyen, grand}\}$$

dans le cas de neuf règles du type [si x est  $A_1$  et y est  $A_2$  alors u est B].

On définit ainsi partiellement une relation R sur des ensembles flous de dénomination maintenant traditionnelles NB (negative big), ... à PB (positive big) définies sur l'univers  $U * V$  de (x y).

L'ensemble flou inféré pour u lors de la règle [si (x, y) est  $A_1$  et  $A_2$  alors u est B] est défini par le modus ponens généralisé :

$$\mu_B(u) = \max_{(x, y) \in U * V} \{\mu_I(T[\mu_{A1}(x), \mu_{A2}(y)], \mu_B(u))\}$$

La plupart du temps, on aura des règles très simples portant sur E qui est la différence entre la sortie réelle et la consigne, et  $\partial E$  = variation de E, avec par exemple «si E est trop grand positif il faut le réduire, d'autant plus que « $\partial E$ » est grand algébriquement. Les transversales représentant à peu près des situations équivalentes. Par exemple, si E est PS (trop élevé) et  $\partial E$  est ZE (il ne varie pas) alors la conclusion NS indique qu'il faut le réduire légèrement.

PB	ZE	NS	NM	NB	NB
PS	PS	ZE	NS	NM	NB
ZE	PM	PS	ZE	NS	NM
NS	PB	PM	PS	ZE	NS
NB	PB	PB	PM	PS	ZE
$\partial E / E$	NB	NS	ZE	PS	PB

Comme on le verra sur certains exemples, les jeux de règles peuvent s'écarter notablement de cette configuration, notamment, ne conserver qu'une symétrie centrale de la table plutôt qu'une symétrie par rapport à la diagonale et surtout, ne pas être entièrement rempli.

D'autre part, dans la plupart des systèmes concrets existants, seules quelques cases du tableau sont remplies, le contrôleur réalise alors une sorte d'interpolation pondérée entre les règles, et renvoie 0 si aucune règle ne s'applique.

La conjonction (des prémisses) est usuellement interprétée par l'opération min (Zadeh), et la disjonction (des règles) comme le max, ainsi pour deux valeurs précises  $x$  et  $y$  et trois règles affectées de poids, on aura une troncature de chaque conclusion puis un sous-ensemble flou non obligatoirement normalisé pour la sortie  $U$ , et enfin une normalisation («défuzzification» ou «déflousification» par centre de gravité).

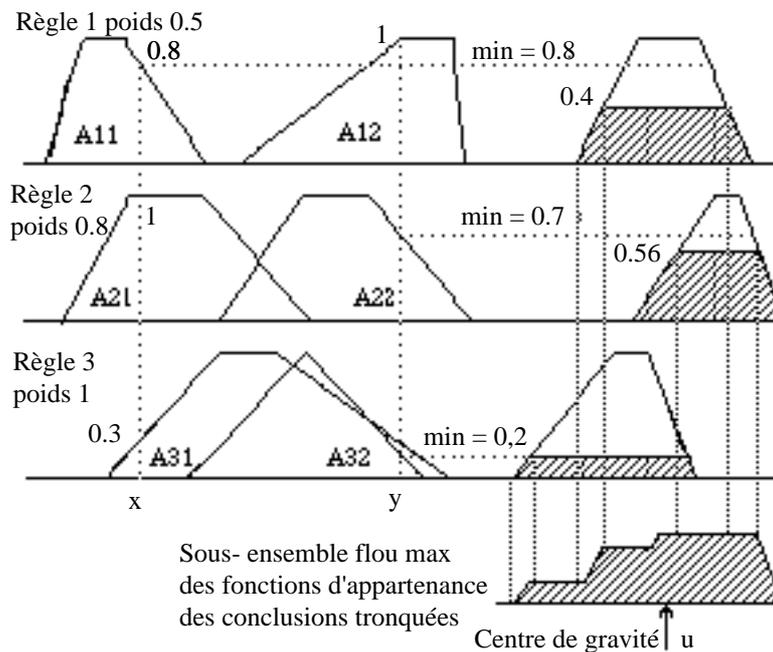


Figure 4.1 Schéma général de u fonction des entrées  $x$  et  $y$

REMARQUE : s'il est général de choisir «min» pour la conjonction des prémisses, il paraît plus naturel de pondérer la conclusion avec le poids de la règle par l'opération «produit», en effet, prenons le premier schéma ci-dessus, en prenant «min», on aurait une troncature identique à 0.5 pour des «niveaux de vérité» des prémisses aussi différents que 1, 0.8, 0.6, 0.5. Si les règles s'appliquent peu ou si leurs poids sont faibles (zone peu élevée) il y aura quand même une valeur  $u$  (centre de gravité) déduite.

#### LES PRÉDICATS

Les problèmes qui se posent lors de la mise au point, sont ceux évoqués ci-dessus du choix des formules logiques, et de l'opérateur d'agrégation utilisé pour les conclusions, mais aussi des définitions apportées aux prédicats (problèmes de seuils, forme des fonctions d'appartenance etc). Les applications concrètes existant à l'heure actuelle utilisent des fonctions triangulaires ou trapézoïdales, du type courbe de Gauss, Arctangente, ou encore homographiques [Buckley 90], elles sont la plupart du temps établies du point de vue expérimental à partir de description subjectives d'opérateurs humains [Willaeys 79]. Afin de se ramener à un début d'universalité, on peut prendre  $2N+1$  nombres flous triangulaires répartis sur  $[-1,1]$ ,

où les «pieds» de chaque triangle correspondent aux «sommets» de ses deux voisins, alors pour des entrées  $e_1, e_2, \dots, e_k$ , on a des théorèmes de convergence quand  $N \rightarrow \infty$  [Buckley, Ying 89].

#### DÉFUZZIFICATION, MÉTHODES DE MAMDANI ET SUGENO

Si un paramètre  $U$  est acquis de plusieurs façons floues par plusieurs règles, chaque règle ayant une conclusion  $B_i$ , aboutit par le modus ponens généralisé à un  $B'_i$ . Se pose alors le problème de lui donner une représentation floue approximative, ou une valeur précise (defuzzyfication). Plusieurs méthodes peuvent être employées. La méthode des aires consiste à prendre la médiane qui fait le partage de l'aire en deux,  $u = (\sum y_i \text{aire}(B'_i)) / \sum \text{aire}(B'_i)$ .

Une autre méthode préconise un mode (valeur donnant le max de  $u$ ), mais le plus souvent c'est la méthode de la moyenne ou du centre de gravité, dite de Mamdani [Mamdani 75] consistant à prendre pour valeur finale en sortie, l'abscisse du centre de gravité de l'ensemble flou agrégeant les conclusions.

On pourra noter que si le prédicat PB est représenté par la diagonale dans  $[0, 1]$  et que le contrôleur est réduit à une seule règle ( $x$  PB alors  $u$  PB), pour  $x = 1$ ,  $u$  ne vaut pas 1 mais la moyenne de la fonction représentant PB, c'est à dire  $2/3$ .

Cet inconvénient est levé par la méthode de [Sugeno 85] qui consiste à écrire des règles de la forme : si ( $X$  est  $A_1$ ) et ( $Y$  est  $A_2$ ) alors  $U = u$ , (conclusion précise) le niveau de satisfaction de la règle étant calculé comme précédemment, alors pour plusieurs règles cette méthode prend simplement la moyenne pondérée des conclusions. Outre la plus grande rapidité d'exécution de cette méthode, sa différence essentielle avec celle de Mamdani réside dans le fait qu'une règle appliquée 2 fois compte double dans le résultat final.

En résumé, pour un jeu de règles données grâce à des prédicats flous, pour chaque valeurs précises des entrées  $x$  et  $y$ , chaque règle est déclenchée suivant son niveau de satisfaction, sa conclusion est tronquée par ce niveau, et la sortie exacte du contrôleur est dans les deux cas, le centre de gravité de l'agrégation de ces conclusions «pondérées».

EXEMPLE Une variable  $x$  initialement égale à 1 doit rejoindre la valeur cible 0. A chaque instant sont mesurées cette variable  $x$  et la variation  $dx$  entre sa valeur et la valeur précédemment mesurée. A ces deux entrées, la table de règles donnée ici, va permettre de calculer une valeur de sortie  $u$  qui devra être ajoutée à  $x$ .

PB			NS (2)		
PS		PS			
ZE	PB (1)				NB
NS				NS	
NB			PS		
$dx/x$	NB	NS	ZE	PS	PB

Ainsi par exemple si  $x$  est NB et  $dx$  est ZE ( $x$  est stabilisé trop en dessous de 0) la règle correspondant au numéro 1 dans la table, indique qu'il faut lui ajouter une

grande valeur positive, mais si  $x$  est ZE (à sa place) et  $dx$  est PB (mais en augmentation, règle 2), il faut lui ajouter une valeur négative. Dans cet exemple,  $x$  mesure la différence entre une variable et une cible, elle est initialement à -1, et la cible change de 1 à -1 toutes les 20 prises de données, il faut donc contrôler une variable pour lui faire suivre des créneaux.

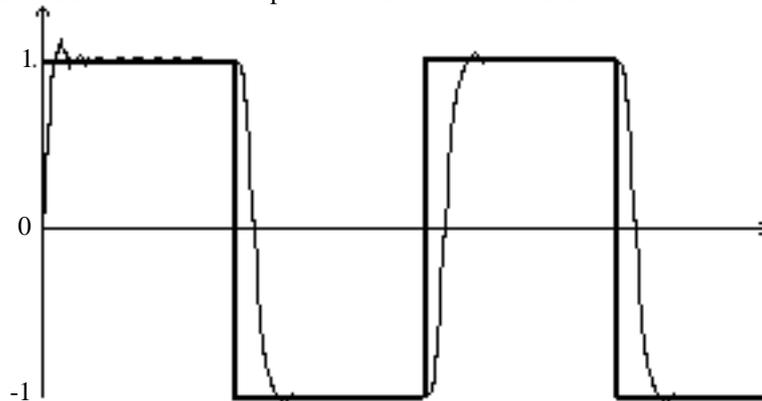


Figure 4.2 Consigne en créneaux.

#### Exercice 4.1

Mamdani est un cas particulier de modus ponens généralisé. On prend  $x_0 = 36,7^\circ$  et les prédicats : A = anormale défini par 0 si  $x = 37$ , 1 si  $|x - 37| > 1$  et affine par morceaux continue, R = rapide, défini par un trapèze de noyau  $[0, 25]$  et de support  $[0, 30]$ , calculer le B' construit par modus ponens généralisé suivant  $\pi$  de Lukasiewicz, de Gödel ou de Mamdani avec une t-norme T quelconque.

Plus généralement dans une règle « $x$  est A  $\rightarrow$  y est B» si  $\mu_A(x_0) = p$  et si l'on utilise  $\pi$  de Mamdani, montrer que le modus ponens généralisé calcule un B' tronqué à  $p$  conformément à l'algorithme du contrôleur flou.

#### AVANTAGES DU CONTRÔLE FLOU

Les variables linguistiques sont bien adaptées en traduisant le raisonnement qualitatif humain, comme lui, on décrit des situations locales avec des règles représentant chacune une information partielle. Un opérateur expérimenté prend en effet ses décisions seulement sur des situations spécifiques dont il n'a qu'une connaissance imparfaite, mais qu'il agrège le long de son expérience. Le fait d'utiliser des prédicats flous, loin de traduire une pauvreté de l'information, permet d'exprimer des situations graduelles.

Le contrôle flou s'est surtout montré robuste, son comportement vis à vis des situations pathologiques, sa flexibilité (adaptation facile à des domaines, et ils sont nombreux, dont on ne possède pas de modèle mathématique) sont bons, et bien sûr il est rapide en temps réel.

La mise au point consiste aussi souvent en suppression de règles, il est curieux de constater qu'une amélioration passe par une simplification. On peut s'interroger néanmoins sur le paradigme du contrôle flou [Tong 84] quand est-ce approprié ? l'inconvénient majeur qui est l'empirisme dans le choix des règles, des prédicats et des univers de chacun des paramètres ne doit-il pas conduire à des systèmes plus

compliqués d'apprentissage ? C'est effectivement le cas depuis plusieurs années, et le peu de méthodologie pour établir les règles et les prédicats qui était le talon d'Achille du contrôle flou a tendance à s'atténuer.

### RÉSULTATS THÉORIQUES

On vérifiera que pour une valeur précise  $x$ , la commande floue est un modus-ponens généralisé employé avec l'implication de Mamdani, il est donc possible de l'effectuer avec différents opérateurs.

Les systèmes à base de règles  $(x \text{ est } A_i) \Rightarrow (y \text{ est } B_i)$  en nombre fini, forment un ensemble de fonctions, dense pour la norme de la convergence uniforme, dans l'ensemble des fonctions continues sur un compact, pourvu que les  $A_i$  et  $B_i$  soient gaussiennes [Wang, Mendel 92]. En fait, le résultat est étendu à toutes les  $A_i$  et  $B_i$  continues recouvrant tout l'espace et toute  $t$ -norme continue [Kosko 92], alors toute fonction continue à support compact peut être approchée par un nombre fini de règles floues. Le résultat est étendu de  $\mathbb{R}^n$  dans  $\mathbb{R}^p$  [Nguyen, Kreinovitch 93].

Prenons le cas de la dimension deux où un contrôleur flou décrit par  $n$  règles «si  $x$  est  $A_i$  et  $y$  est  $B_i$  alors  $u$  est  $C_i$ », pour une  $t$ -norme  $T$ , une  $t$ -conorme  $S$ , une implication  $I$  et un opérateur de défuzzification  $Df$ , réalise une fonction :

$$(x, y) \in [-1, 1]^2 \rightarrow u(x, y) = Df \left( \bigotimes_{i=1}^n I \left[ T \left( \mu_{A_i}(x), \mu_{B_i}(y) \right), \mu_{C_i} \right] \right)$$

où généralement  $Df(f) = \frac{\int_{\text{supp}(f)} x f(x) dx}{\int_{\text{supp}(f)} f(x) dx}$  est le centre de gravité de  $f$ .

Il arrive que le produit soit choisi pour la conjonction (logique probabiliste) ou que la  $t$ -conorme soit celle de Lukasiewicz  $S(p, q) = \min(1, p + q)$  ou encore, que des contrôleurs mixent ces lois. On trouvera une comparaison des opérateurs choisis dans le cas d'un contrôleur non flou «proportionnel-intégral» dans [Siler Ying 89]. Cependant, il faut bien remarquer que les différentes implications mises en oeuvre dans un contrôleur flou, ne peuvent donner satisfaction en général.

En effet, rappelons les principales implications :

- de Lukasiewicz  $I_L(a, b) = \min(1 - a + b, 1)$ ,
- de Goguen ou probabiliste  $I_p(a, b) = \text{si } a < b \text{ alors } 1 \text{ sinon } b/a$ ,
- de Gödel  $I_G(a, b) = \text{si } a < b \text{ alors } 1 \text{ sinon } b$ ,
- et de Kleene  $I_K(a, b) = \text{si } b < 1 - a \text{ alors } 1 - a \text{ sinon } b$ .

Pour toutes ces implications, il est clair qu'une règle non satisfaite ( $a = 0$ ) donnera toujours la conclusion au niveau 1. C'est le vieux paradoxe entre l'implication booléenne qui est telle que le faux implique le vrai, et le raisonnement de sens commun qui s'y refuse. Supposons donc que pour une entrée précise, il faille appliquer le modus-ponens généralisé, toutes les règles donneront leurs conclusion, et, comme c'est souvent le cas, si le jeu de règles est symétrique, l'agrégation de celles-ci donnera zéro.

EXEMPLE : On trace les 15 zones de niveaux de u entre -0.7 et 0.7 à 0.01 près pour x, y dans  $[-1, 1]^2$  et la définition suivante (jeu de trois prédicats NB, ZE, PB et de cinq règles :

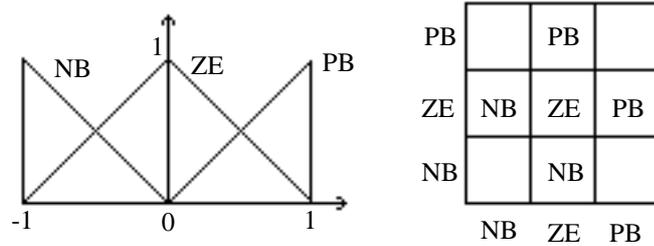


Figure 4.3 Prédicats et règles utilisés pour une étude comparative des opérateurs.

La première comparaison ci-dessous est effectuée avec la méthode de Mamdani, où d'après la remarque faite plus haut, u est limité entre -0.7 et 0.7. Dans le cas de la méthode de Sugeno, ce sont les valeurs des modes -1, 0, 1 qui sont prises comme conclusions, et u parcourt véritablement l'intervalle  $[-1, 1]$ .

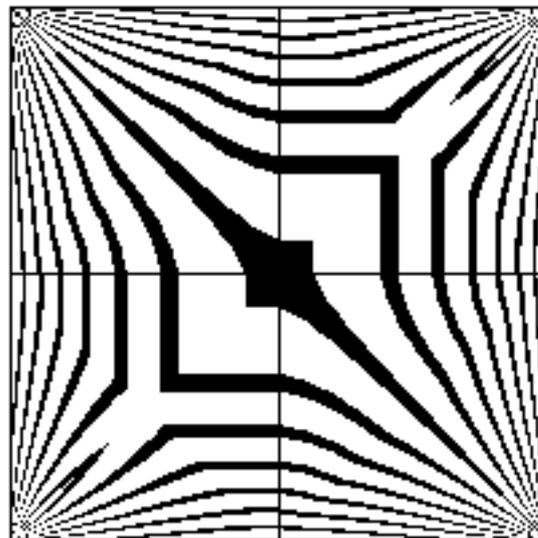
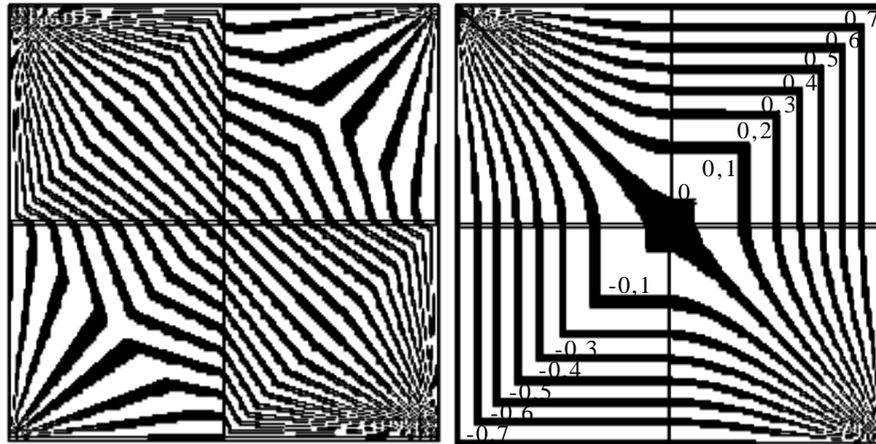
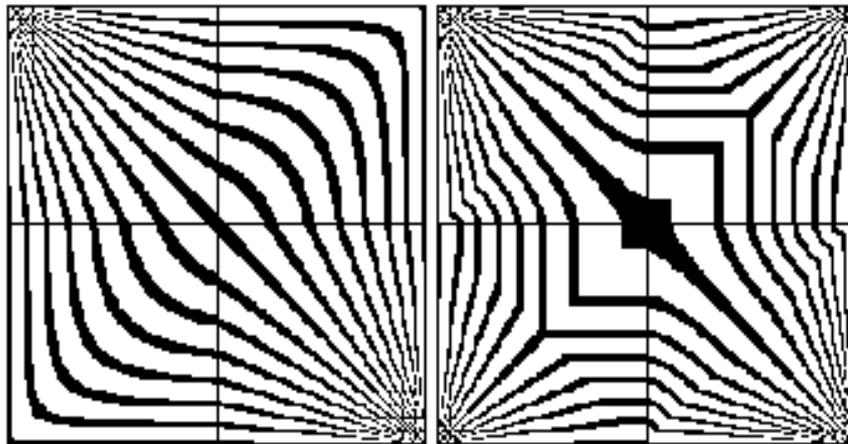


Figure 4.4 Opérateurs Mamdani  $T = I = \min$ ,  $S = \max$ . Toujours dans  $[-1, 1]$ , la diagonale correspond à la valeur  $u = 0$ . Les autres lignes allant de -0,1 à -0,7 en dessous et de 0,1 à 0,7 au dessus.



**Figure 4.5** Pour  $x, y$  dans  $[-1, 1]$ , méthode de Sugeno à gauche (21 lignes de niveaux, seul le mode de la conclusion est pris en compte). La diagonale est la ligne de niveau 0, les autres sont celles de -1 à 1 avec un pas de 0.1. A droite : opérateurs Larsen  $T = I = \text{produit}$ ,  $S = \text{max}$ , (mêmes prédicats et règles).



**Figure 4.6** Larsen  $T = I = \text{produit}$ ,  $S = \text{proba}$  à gauche, et opérateurs Larsen  $T = \text{min}$ ,  $S = \text{max}$ ,  $I = \text{produit}$  pour le schéma de droite.

Dans le cas des figures ci-dessous, la méthode de Mamdani a été employée avec les mêmes règles mais en modifiant les prédicats NB et PB ci-contre de façon à ce qu'il y ait un chevauchement plus important des règles. La plupart du temps pour  $x$  et  $y$  dans  $]-1, 1[$ , les cinq règles s'appliquent à des degrés divers, aussi des règles de conclusions antagonistes s'appliquant davantage, la conclusion s'en trouve plus modérée (entre -0,4 et 0,4).

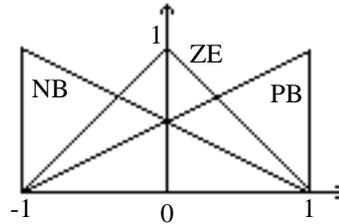


Figure 4.7 Modification des prédicats pour un plus grand chevauchement.

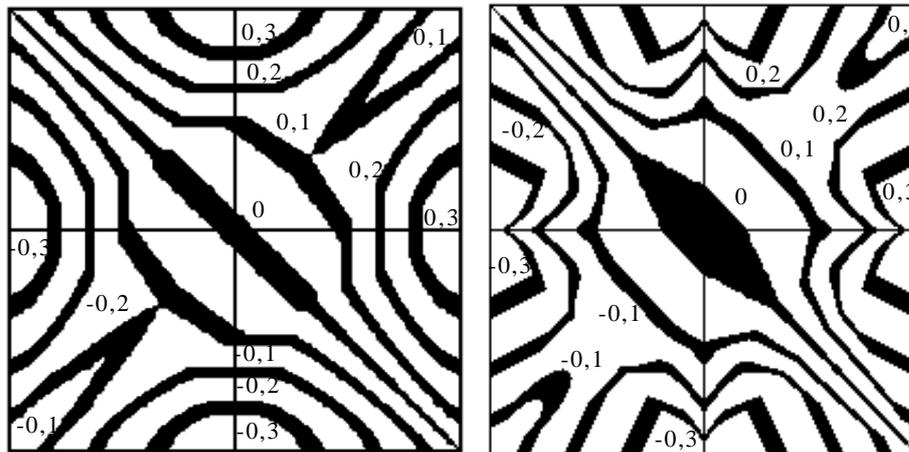


Figure 4.8 Avec ce jeu de prédicats, Mamdani :  $T = I = \min$ ,  $S = \max$ , puis  $T, S$  de Lukasiewicz et  $I = \min$  (Mamdani).

#### 4.2. Applications

Beaucoup d'applications sont nées au Japon sous l'impulsion du Laboratory for International Research on Fuzzy Engineering (LIFE) à Yokohama et aussi du Fuzzy Logic Institute. Les premières applications industrielles ont également été développées au Japon.

##### MACHINE À VAPEUR EN MODÈLE RÉDUIT

C'est une des premières expérimentations de commande floue [King, Mamdani 77], [Assilian, Mamdani, Gaines 81]. Un premier contrôleur est chargé d'acquies une pression donnée, un second mettant en cause SE (speed error) et TC (throttle change = modification de l'accélération, qui est en fait un débit contrôlé par une vanne) a pour but d'acquies une vitesse donnée. Le contrôle de HC (heat change) suivant PE (pressure error = différence entre la pression actuelle et la pression but à atteindre) et CPE (change in error pressure =  $PE_{t+1} - PE_t$ ) dans la boucle d'un moteur à vapeur, se fait par l'examen en disjonction des règles suivantes :

PE est (NB ou NM) et CPE est NS  $\rightarrow$  HC est PM  
 PE est NS et CPE est PS  $\rightarrow$  HC est PM  
 PE est NO et CPE est (PB ou PM)  $\rightarrow$  HC est PM  
 PE est NO et CPE (NB ou NM)  $\rightarrow$  HC est NM  
 PE est (PO ou NO) et CPE est NO  $\rightarrow$  HC est NO  
 PE est PO et CPE (NB ou NM)  $\rightarrow$  HC est PM  
 PE est PO et CPE est (PB ou PM)  $\rightarrow$  HC est NM  
 PE est PS et CPE est (PS ou NO)  $\rightarrow$  HC est NM  
 PE est (PB ou PM) et CPE est NS  $\rightarrow$  HC est NM

La plupart du temps, plusieurs règles contribuent à la constitution de la valeur floue en sortie. Les règles ayant le plus contribué lors d'une session sont signalées de façon à pouvoir les modifier par ajustements à la réalité. Les «et», «ou» correspondent aux opérations min, max.

Un autre prédicat ANY (le «NG» de Yamakawa) toujours à 1, est utilisé. Les prédicats sont définis sur 15 points de  $[-1, 1]$ , ainsi par exemple si PB est (000 000 000 00 0.1 0.4 0.8 1) et PM est (000 000 000 0.2 0.7 1 0.7 0.2 0) on aura (not PB or PM) représenté par la séquence (111 111 111 0.8 0.3 0 0.3 0.2 0).

Ces noms de prédicats sont d'ailleurs différemment valués pour les différentes grandeurs PE, HC, TC.

#### MAINTIEN DE LA VITESSE DE ROTATION D'UN MOTEUR [Kiszka, Kochanska, Sliwiska 85]

Le rôle du système de contrôle est ici, de maintenir une vitesse constante pour un moteur électrique, en dépit des effets variateurs. L'idée générale que soulignent les auteurs est que l'établissement du modèle mathématique s'avère difficile alors que l'expert exprime verbalement les règles simplement, d'autre part il y a une très grande possibilité de modifier les performances du système en altérant les différentes descriptions verbales telles que «petit» etc. Ces prédicats se chevauchent fortement.

Ce système a une vingtaine de règles du type : [si S petit et I moyen alors U zéro], où les paramètres observés sont  $E = \Delta\omega$  (erreur observée dans la vitesse angulaire), I intensité, S somme des erreurs, U variable de contrôle servant ensuite à déterminer la vitesse de rotation  $\Omega$  par une quinzaine de règles du type : U grand et I petit alors  $\Omega$  très grand

Trois formules ont été expérimentées pour définir la relation floue R entre fonctions d'appartenances définies par le premier type de règles suivant que les règles sont examinés en l'implication de Lukasiewicz ( $P \rightarrow Q = \min(1, 1 + p - q)$ ) les résultats avec les deux dernières formules donnent des résultats semblables, alors que la première diverge.

#### AJUSTEMENT D'UNE VANNE DANS UNE USINE DE FONDERIE [Bartolini, Casalino, Davoli, Minciardi, Morten 85]

L'objectif de ce système est simplement de régler un paramètre u servant au débit d'une vanne entre un réceptacle contenant du métal en fusion, et un deuxième bassin dont le niveau est mesuré par la hauteur h. Ce dernier se déversant dans un moule. Les prédicats pour qualifier h sont définis dans l'intervalle de 75 cm à 85 cm.

On a «moyen» par une fonction gaussienne et «petit», «haut» caractérisés par des fonctions d'appartenance du type  $y = 1/(1 + a(x - c)^b)$ .

Les prédicats «très négatif», «négatif», «positif», et «très positif» caractérisant dh sont définis entre -0,9 et 1,2 cm/s de la même manière.

Les paramètres a, b, c, m, s sont modifiés expérimentalement pour enlever les effets non désirés. La commande u prend les valeurs -1, 0 et 1 avec des possibilités 1, 1/2 ou 0 suivant qu'il est «bas», «haut» ou «moyen haut» :

L'originalité de ce système (ce qui n'est pas la règle) est qu'il prend en compte systématiquement en compte les douze possibilités, définissant complètement une relation floue.

h petit et dh très négatif → u est haut	h petit et dh négatif → u est haut
h petit et dh positif → u est haut	h petit et dh très positif → u moyen-haut
h moyen et dh très négatif → u est haut	h moyen et dh négatif → u est haut
h moyen et dh positif → u est bas	h moyen et dh très positif → u est bas
h haut et dh très négatif → u est bas	h haut et dh négatif → u est bas
h haut et dh positif → u est bas	h haut et dh très positif → u est bas

PURIFICATION DE L'EAU [Yagishita, Itoh, Sugeno 85]

L'objectif de cette application est de doser l'adjonction de constituants chimiques comme le chlore, un agent alcalin, et une addition coagulante le PAC (chlorure d'aluminium polymérisée) pour purifier de l'eau de rivière. On reproduit le jugement d'opérateurs humains pour déterminer la quantité de PAC afin que la turbidité (en mg/l) de l'eau soit maintenue sous un certain seuil.

Les prédicats utilisés sont nombreux et définis par des courbes de Gauss dont on donne ici les paramètres moyenne, et écart-type :

SS small small	0	0,15	NB	-1	0,4
SA small	0	0,3	NM	-0,5	0,2
SM small medium	0,3	0,15	NS	-0,2	0,2
MM medium	0,3	0,15	ZR	0	0,2
ML medium large	0,7	0,15	PS	0,2	0,2
LA large	1	0,3	PM	0,5	0,2
LL very large	1	0,15	PB	1	0,4

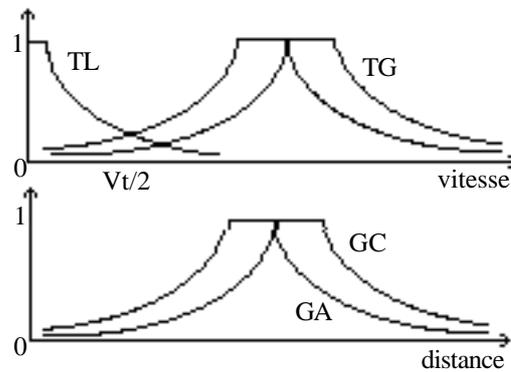
Les données d'entrée sont, la température  $\theta$  (dans l'intervalle [0, 30]), les turbidités initiale  $TU_1 \in [0,50]$ , de l'eau traitée  $TU_2 \in [0,3]$ , son accroissement  $TUP \in [0, 1]$ , l'alcalinité  $ALK \in [8, 18]$ , la flocculisation FLOC et le démarrage STAR. On les ramène à [0, 1]. La donnée retournée est le montant M de compensation du taux de PAC  $\in [-10, 10]$  et les dix règles sont (Composition des informations suivant min-max) :

$TU_1 = MM, TU_2 \neq LA, \theta \neq SA \rightarrow M = NM$	$TU_1 = SS \rightarrow M = PM$
$TU_1 = SA, ALK = SA, \theta = SA \rightarrow M = NM$	$TU_1 = LA, ALK = SA \rightarrow M = NM$
$TU_2 = LA \rightarrow M = NM$	$TUP = LL \rightarrow M = PB$
$TUP = ML \rightarrow M = PM$	$TUP = MM \rightarrow M = PS$
$FLOC = SA \rightarrow M = PM$	$STAR = LA \rightarrow M = PS$
qui peuvent se simplifier en :	$TU_1 = LA, ALK = SA \rightarrow M = NM$



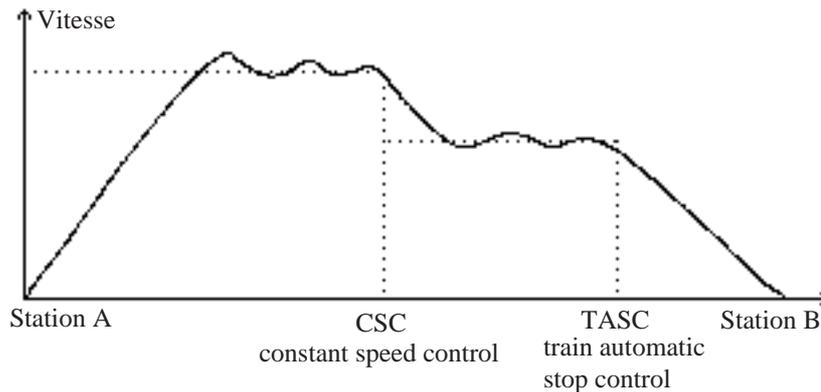
Si ( DN est n  $\rightarrow$  S est SS, C est CG, T est TA) alors DN est n pour n =  $\pm 1, \pm 2, \pm 3$   
 Si ( DN est O  $\rightarrow$  R est RP, G est GG) alors DN est O  
 Si ( N est O  $\rightarrow$  R est RF, C est CG) alors N est O  
 Si ( N est B1  $\rightarrow$  R est RP, C est CG) alors N est B1  
 Si ( DN est n  $\rightarrow$  R est RP, C est CG, G est GA) alors DN est n, pour n =  $\pm 1, \pm 2, \pm 3$

Les prédicats sont définis avec des fonctions homographiques :



**Figure 4.9** Ensembles flous TG : good trace, TL : low speed, TA : accurate trace, GG : good stop, GA accurate stop, CG : good comfort, ES : energy saved running, et RP : ponctuel, RF : retard.

Ce sont les formules de Mamdani qui sont appliquées, mais, dans ce système, on ne déclenche que la règle qui a la meilleure pondération.



**Figure 4.10** Vitesse d'un train entre deux stations.

CSC et TASC sont deux marqueurs sur la voie entre les stations. Les résultats montrent environ deux fois moins de modifications de N et une économie d'énergie de 10%, un confort supérieur au contrôle PID ainsi qu'une meilleure précision du

point d'arrêt (écart-type de l'ordre de 10cm). Dans le même ordre d'idées une étude a été faite sur le contrôle du balancement des charges pour les grues.

CONTRÔLE FLOU D'UNE VOITURE EN MODÈLE RÉDUIT [SUGENO, MURAKAMI 89]

Une voiture 56\*28 cm équipée de capteurs à ultra-sons mesure à chaque instant les distances frontales et latérales aux murs par rapport auxquels elle se déplace. La route est large de 80cm et doit se garer dans un garage. Elle reçoit des ordres vocaux tels que «tout droit», «tourner à gauche» etc.

Si  $\theta$  est l'angle du véhicule avec la route, et  $\phi$  l'angle que fait la direction des roues avant avec l'axe du véhicule, les règles pour se maintenir tout droit sont :

d gauche et  $\theta$  moyen  $\rightarrow \phi$  droite    d droite et  $\theta$  moyen  $\rightarrow \phi$  gauche

$\theta$  gauche  $\rightarrow \phi$  droite                       $\theta$  droite  $\rightarrow \phi$  gauche

Les connecteurs utilisés sont mixtes :

(p et q) =  $\min(p, q)$  (Zadeh) et : (p ou q) =  $\min(1, p + q)$  (Lukasiewicz)

Les prédicats sont définis triangulairement sur [-20cm, 20cm] pour d, [-90°, 90°] pour  $\theta$ , et [-30°, 30°] pour  $\phi$  (orientation dans le sens d'une montre).

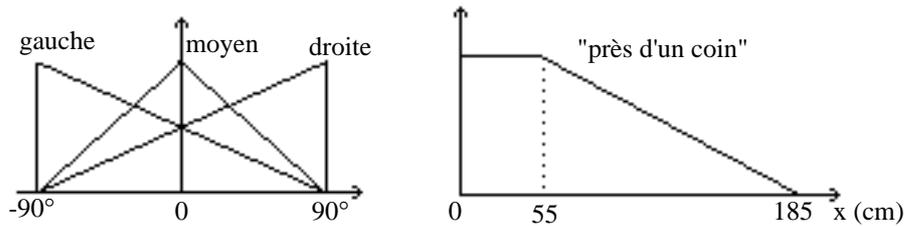


Figure 4.11 Prédicats utilisés pour le contrôle d'une voiture.

Sont également utilisés des valeurs de vérité correspondant à des appréciations linguistiques comme :

pas complètement faux	0,1
plutôt vrai	0,3
vrai	0,5
très vrai	0,7
très très vrai	0,9

La «défuzzification» se fait par centre de gravité.

CONTRÔLE D'UN VÉHICULE DANS UN COULOIR [HOSAKA, TANIGUSHI 89]

Trois paramètres interviennent dans la conduite de ce robot : la distance d au mur droit, la distance g au mur gauche, l'angle  $\theta$  de l'axe du véhicule avec la ligne médiane. On les compare entre la position courante, la position à L mètres devant le véhicule, et la position au prochain noeud. On pose  $L = 0,25v + 5$  où v est la vitesse du véhicule en m/s.

Soient  $\delta_1 = [\text{si } \theta > 0 \text{ alors } d - d' \sinon |g| - |g'|]$ ,  $\delta_2 = [\text{si } \theta > 0 \text{ alors } d_0 - d' \sinon |g'| - |g_0|]$ ,  $\delta_3 = [\text{si } \theta > 0 \text{ alors } \theta - \theta_d \sinon \theta - \theta_g]$ ,  $d_4 = [\text{si } q \leq 0 \text{ alors } \theta_0 - \theta_d \sinon \theta_0 - \theta_g]$ , et  $d_{rf} = \min(1, d_r/5)$  où on est en «path command» si  $d_r > 5$  et en «node command» sinon.

A partir de ces paramètres, on définit  $\Delta x = |1 - drf|. \delta 1 + drf. \delta 2$  et  $\Delta \theta = |1 - drf|. \delta 3 + drf. \delta 4$ , et c'est seulement sur ces 2 paramètres que vont porter les règles floues.

Cinq prédicats sont définis triangulairement, déterminant 25 règles, mais l'originalité de cette expérience réside dans le fait que les règles utilisent des prémisses floues mais des conclusions précises (Sugeno) en donnant l'angle de braquage en degrés (table ci dessous).

PB	0	-2	-4	-6	-10
PS	1	0	-1	-3	-6
ZE	3	1	0	-1	-3
NS	6	3	1	0	-1
NB	10	6	4	2	0
$\Delta \theta / \Delta x$	NB	NS	ZE	PS	PB

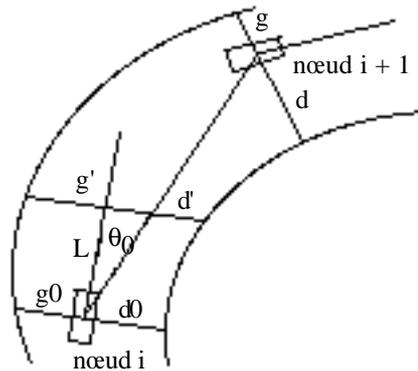


Figure 4.12 Suivi d'un couloir.

LE PENDULE INVERSÉ [Yamakawa 89]

C'est l'application la plus fameuse à titre de démonstration. Une tige métallique est montée à sa base sur un pivot appartenant à un charriot mobile, et à chaque instant le pendule fait avec la verticale un angle  $\theta$ .

En contrôlant la vitesse algébrique  $v$  du charriot, on doit pouvoir maintenir le pendule en équilibre. Le modèle mathématique se traduit par un système différentiel non linéaire, donc très difficile à résoudre, alors que des règles floues permettent de décider de  $v$  à chaque instant en tenant compte de  $\theta$  et de sa dérivée, la vitesse angulaire  $\theta'$ , seulement 7 règles permettent d'arriver au résultat :

- ( $\theta$  est PM) et ( $\theta'$  est ZR)  $\rightarrow$  ( $v$  est PM)
- ( $\theta$  est PS) et ( $\theta'$  est NS)  $\rightarrow$  ( $v$  est ZR)
- ( $\theta$  est NS) et ( $\theta'$  est NS)  $\rightarrow$  ( $v$  est NS)
- ( $\theta$  est ZR) et ( $\theta'$  est ZR)  $\rightarrow$  ( $v$  est ZR)
- ( $\theta$  est PS) et ( $\theta'$  est PS)  $\rightarrow$  ( $v$  est PS)
- ( $\theta$  est NM) et ( $\theta'$  est ZR)  $\rightarrow$  ( $v$  est NM)
- ( $\theta$  est NS) et ( $\theta'$  est PS)  $\rightarrow$  ( $v$  est ZR)

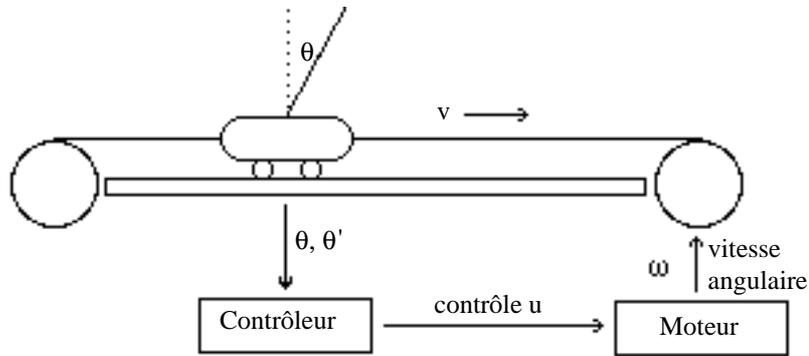


Figure 4.13 Schéma du pendule inversé.

Bien entendu, la stabilisation de la position du charriot requière un deuxième groupe de règles comportant toutes ( $\theta$  est ZR) dans leur prémisses, et qui renforceront le contrôle de  $v$ .

Une foule d'expérimentation ont été faite sur ce thème, notamment la comparaison des opérateurs [Cordon, Herrera 97]. On peut signaler un système ne comportant que 3 prédicats N, Z, P, pour les entrées et 7 pour la sortie :

P	ZE	PS	PB
Z	NM	ZE	PM
N	NB	NS	ZE
$\partial\theta/\theta$	N	Z	P

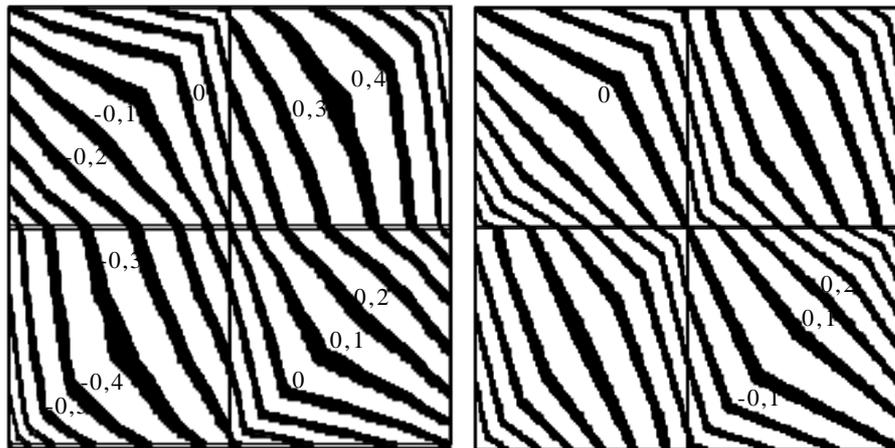


Figure 4.14 Lignes de niveaux pour  $\theta$  et  $\theta'$  dans  $[-1, 1]^2$  de  $-0.8$  à  $0.8$  (17 lignes) obtenues à  $0.01$  près pour cette table de règles suivant Mamdani. A droite, 21 lignes de niveaux pour la méthode de Sugeno où  $v$  est entre  $-1$  et  $1$  (les conclusions étant en ce cas les modes des triangles).

Hormis les règles :

$(\theta \text{ est N}) \text{ et } (\theta' \text{ est N}) \rightarrow (v \text{ est NB})$	$(\theta \text{ est N}) \text{ et } (\theta' \text{ est Z}) \rightarrow (v \text{ est NM})$
$(\theta \text{ est N}) \text{ et } (\theta' \text{ est P}) \rightarrow (v \text{ est ZE})$	$(\theta \text{ est Z}) \text{ et } (\theta' \text{ est N}) \rightarrow (v \text{ est NS})$
$(\theta \text{ est Z}) \text{ et } (\theta' \text{ est Z}) \rightarrow (v \text{ est ZE})$	$(\theta \text{ est Z}) \text{ et } (\theta' \text{ est P}) \rightarrow (v \text{ est PS})$
$(\theta \text{ est P}) \text{ et } (\theta' \text{ est N}) \rightarrow (v \text{ est ZE})$	$(\theta \text{ est P}) \text{ et } (\theta' \text{ est Z}) \rightarrow (v \text{ est PM})$
$(\theta \text{ est P}) \text{ et } (\theta' \text{ est P}) \rightarrow (v \text{ est PB})$	

On trouve encore un système de 11 règles avec 5 prédicats pour les trois paramètres, que l'on peut résumer par :

$(\theta \text{ est ZE}) \rightarrow (v \text{ est } -\theta')$	$(\theta' \text{ est ZE}) \rightarrow (v \text{ est } -\theta)$
$(\theta \text{ est PS}) \text{ et } (\theta' \text{ est NS}) \rightarrow (v \text{ est NE})$	$(\theta \text{ est NS}) \text{ et } (\theta' \text{ est PS}) \rightarrow (v \text{ est ZE})$

Le double pendule inversé consiste à considérer deux tiges articulées, les paramètres en entrée sont donc toujours  $x$  et  $x'$  pour la position du charriot,  $q_1$  et  $q_1'$  pour l'angle que fait la première tige avec la verticale, mais aussi  $q_2$  et  $q_2'$  pour l'angle de la seconde tige avec la verticale. On trouvera une intéressante recherche des règles par algorithme génétique (chapitre 5) dans [Renhou, Yi 96].

RECTIFICATION DES TEINTES D'UNE PHOTOCOPIEUSE COULEUR [Geno, Fujiwara 90]

On cherche à réaliser un duplicata de meilleure qualité que l'original. Pour cela les teintés de la peau du visage sont décrites par des prédicats tels que «désirable», «saine», «jeune», «noble» représentés par des ensembles flous de  $R^3$  s'exprimant par 3 nombres flous triangulaires en coordonnées cylindriques notées la saturation Cab =  $\rho \in [10, 50]$ , Hab (longueur d'onde) =  $\theta \in [0, 90]$ , et L = z  $\in [20, 80]$ .

3\*27 règles et la méthode Sugeno sont utilisées du type «L (luminosité) est A, Cab est B, Hab est C  $\rightarrow$  modification de L», Cab, Hab, A, B, C étant dans tous les cas petit, moyen, grand. Ces prédicats sont définis grâce aux réponses humaines apportées sur une échelle de 5 graduations.

Exemples de règles:

- 1) Ton des lèvres L moyen, Cab grand, Hab petit  $\rightarrow$  Accentuer le rouge  $\Delta l = 8, \Delta Cab = 10, \Delta Hab = 0$
- 2) Ton jaunâtre et sombre L moyen, Cab grand, Hab grand  $\rightarrow$  aller vers le rouge et augmenter la luminosité  $\Delta l = 8, \Delta Cab = -10, \Delta Hab = -14$

SUIVI D'UNE LIGNE DE MARQUEURS [KAMADA, YOSHIDA 90]

Un véhicule doit suivre une ligne de marqueurs dans un repère mobile en repérant deux marqueurs consécutifs tq  $|x_1 - x_2| < c_1$  et  $|y_1 - y_2| > c_2$  car en général l'angle A que fait la direction du véhicule avec la ligne marquée, est petit. A chaque instant A peut être mesuré par  $\tan(A) = |x_1 - x_2| / |y_1 - y_2|$ , puis la distance latérale c'est à dire perpendiculaire à la route du véhicule par  $D = (x_1 \cos(A) + y_1 \sin(A)) \cos(A)$ .

Deux expériences ont été effectuées pour déduire l'angle U de braquage, soit à partir de A et de D, soit à partir de D et de  $\partial D$ . Les résultats  $-5 < D < 5$  en 0,67 pixel ,  $-2 < \partial D < 2$  en 0,67 pixel et  $-5/20 < A < 5/20$  en radian, montrent que l'angle A est un paramètre plus important que D ou  $\partial D$ . 5 prédicats triangulaires réguliers sont pour cela utilisés sur l'intervalle [-1, 1], le premier jeu de règles «(A, D)  $\rightarrow$  virage U», est :

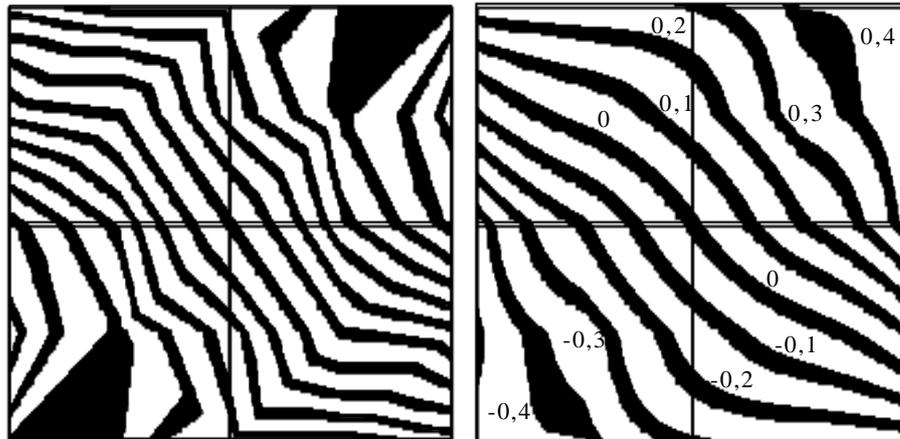
A est ZR $\rightarrow$ U est égal à D	(5 règles condensées par cette écriture)
---------------------------------------	--

A est NB et D est NS → U est NB      A est NS et D est PS → U est NB  
 A est PS et D est PS → U est PB      A est PB et D est NS → U est PB

9 autres règles réalisent  $(D, \partial D) \rightarrow$  virage,  
 donnés par la table :

		PS			
PS		ZE		PS	
ZE	NB		ZE		PB
NS		NS		ZE	
NB				NS	
$\partial D / D$	NB	NS	ZE	PS	PB

Ci-dessous ces règles avec une famille de prédicats triangulaires de base 2 au lieu de 1, il y a donc un chevauchement étendu des règles comblant les vides de la table. Une entrée  $(D, \partial D)$  pouvant vérifier jusqu'à cinq règles. Cette table réalise une fonction sur  $[-1, 1]^2$  à valeurs dans  $[-0.8, 0.8]$  dont on figure 15 lignes de niveaux à gauche suivant la méthode de Sugeno en prenant le mode de chaque prédicat (par exemple une conclusion PB signifie 1). Pour la méthode de Larsen ou Mamdani, les valeurs sont dans  $[-0.5, 0.5]$  dont on figure à droite 11 lignes de niveaux.



**Figure 4.15** Pour  $x, y$  dans  $[-1, 1]$ , la méthode de Sugeno avec  $T = \min$  à gauche et la méthode de Larsen accompagnée de  $T = I =$  produit,  $S$  probabiliste à droite.

Il est très difficile dans ce genre d'expérience d'établir des comparaisons entre opérateurs, mais la méthode de Sugeno est la plus employée à cause de sa rapidité d'exécution.

De plus il y a plusieurs lignes de marques, on ne souhaite pas utiliser la distance entre le véhicule et la ligne des marques la plus proche car cela provoque de grands virages, alors que la distance latérale c'est à dire sur la perpendiculaire à la trajectoire,  $D$  est calculé par  $D = (x_1 \cos(A) + y_1 \sin(A)) \cos(A)$ , et de  $A$  et  $D$  ou bien de  $D$  et  $dD$ , on déduit l'angle de braquage et on réitère.

*Il est impossible de mentionner toutes les applications même les plus marquantes et les plus originales qui ont été réalisées ou qui sont à l'étude car elles sont trop nombreuses, de plus les applications industrielles ont la plupart du temps des spécificités confidentielles. On citera cependant brièvement quelques domaines d'application très variés.*

#### L'HÉLICOPTÈRE DE SUGENO

La stabilité et le contrôle d'un hélicoptère en modèle réduit se font grâce aux paramètres positions  $x, y, z$ , vitesses  $x', y', z'$  et les angles  $\phi$  (inclinaison suivant l'axe longitudinal),  $\theta$  (inclinaison suivant l'axe transversal),  $\psi$  (suivant la verticale) et leurs variations.

On a des règles du style de ( $x$  est NS) et ( $y'$  est ZE) et ( $\psi$  est ZE) alors ( $\theta$  est NS)

4 sorties sont contrôlées : la longueur (avant-arrière), le latéral (droite-gauche), le «pedal» (angle d'attaque par rapport à l'horizontale) et le «collectif» (régime du moteur pour l'altitude). Chacun des 4 contrôles se fait avec 9 règles de 2 entrées confrontées à seulement 3 prédicats, les conclusions étant numériques (méthode Sugeno). Une maquette obéissant à des commandes vocales a été mise au point.

#### AUTO-FOCUS (réalisé par Canon)

On a trois points de mesure, centre C, en haut à gauche L, en bas à droite R, et on utilise cinq règles :

C proche  $\rightarrow$  Pc haut      L proche  $\rightarrow$  Pl haut      R proche  $\rightarrow$  Pr haut

L loin C moyen R proche  $\rightarrow$  Pc haut      R loin C moyen L proche  $\rightarrow$  Pc haut

En réalisant une inférence sur une courte durée de 6ms, les résultats annoncés sont de 96,5% de réussite à comparer avec 73,6% par une mise au point manuelle. Le problème de la stabilisation d'une caméra a aussi été traité par 8 règles portant sur 20 points représentatifs de l'image.

#### STABILISATION D'UNE BALLE DE PING-PONG

Sur un plateau carré mouvant, la position  $x, y$  de la balle est captée par une caméra. Un contrôleur de 12 règles corrige l'orientation transversale du plateau, et le même contrôleur corrige l'orientation longitudinale (P.Horacek Université technique de Prague). Dans le même ordre d'idée, une valise en équilibre est stabilisée par deux contre-poids  $a, da$  en milliradians (11 règles)  $\rightarrow$  position des poids.

#### CONTRÔLE D'UNE DOUCHE (Matsushita)

Le système dispose de 4 règles pour modifier la température, de 4 autres pour la maintenir, et d'autant pour le maintien du débit. Par exemple, si Dq est PB alors augmenter beaucoup le débit d'eau chaude. Les résultats en ce qui concerne les variations brusques de températures sont de 13.5° pour un thermostat classique, 8.5° pour un thermostat «à cire» et 0.8° avec le contrôle flou.

#### LE ROBOT CENTAURE (A.DELMAS CEA)

Ce robot est formé de deux parties articulées et de 4 patins, il peut se diriger dans un couloir et monter ou descendre des escaliers en étant télécommandé mesurant 16 distances et grâce à 8 contacteurs, les tangage, roulis, pliage des deux parties et position du plateau sont fusionnés en 8 entrées. 292 règles permettent alors de

## 98 Eléments de logique floue

déterminer la configuration de l'appui du robot sur le sol afin que l'opérateur puisse le commander.

### LE ROBOT KHEPERA

Ce robot miniature peut être télécommandé et mu par tout logiciel, il est utilisé pour l'expérimentation de ceux-ci. Par exemple, à l'Ecole polytechnique de Lausanne, il a été actionné par des règles floues. 3 entrées (des distances captées sur quelque centimètres plus la distance arrière à un obstacle, contrôlent 2 sorties qui sont les vitesses angulaires des deux roues par les règles (où RL = recule lent, AL = avance lente ...):

Distance gauche	Distance avant	Distance droite	Distance arrière	Moteur gauche	Moteur droit
grande	grande	grande		AR	AR
grande	grande	grande	petite	RL	AL
petite	petite	grande		RL	AL
petite	petite	moyenne		RL	AL
grande	petite	petite		AL	RL
moyenne	petite	petite		AL	RL
petite	petite	petite		RL	RL

### CONTRÔLE DE CAMÉRA [Robert L. Jani 92]

Une simulation du contrôle de caméra lors de rendez-vous orbital, cherche à contrôler deux variations angulaires de son axe dans l'intervalle  $[-6^\circ/s, 6^\circ/s]$ . Les deux entrées sont respectivement les positions horizontale et verticale entre 0 et 170 pixels qualifiées par 5 prédicats, et l'altitude qualifiée par 3 prédicats. Les deux sorties sont commandées séparément mais exactement par les mêmes règles avec 3 prédicats. Ce sont x est NB et z est low alors NB, x est PB et z est low alors PB, (x est NS et z est (low ou med)) ou x est NB et z est (med ou high) alors NS, (x est PS et z est (low ou med)) ou x est PB et z est (med ou high) alors PS, la conclusion est ZE dans les 5 autres cas.

### RECONNAISSANCE DE SIGNATURES [Simon, Levrat, Brémont, Sabourin 96]

Contrairement aux autres méthodes d'analyse de manuscrits, cette méthode n'a pas besoin de segmenter le mot (ici, une signature) en lettres et traits. On compare une signature (ramenée à un cadre 512\*128) avec le maillage de l'original. Les niveaux de gris de chaque point peuvent être interprétés avec trois prédicats linguistiques «posé», «corps» et «levé» auxquels on rajoute le «fond». La proximité avec l'original peut être qualifiée par «proche», «moyen» ou «loin». Les prédicats sont trapézoïdaux. Un contrôleur flou min-max-centre de gravité classique de 9 règles intuitives telles que [si proximité est «loin» et dynamique est «levé» alors codage est petit] ou encore [si proximité «proche» et dynamique «posé» alors codage «grand»]. La sortie peut donner un niveau de confiance dans la signature proposée.

Citons encore la reconnaissance de 3000 caractères kanji par Panasonic-Hitachi, la boîte de vitesse floue de Nissan, la gestion d'ascenseurs par Mitsubishi (problème extrêmement complexe), le problème du ravitaillement en vol (Dassault), le contrôle du régime ralenti d'une voiture [Boverie 93], le contrôle longitudinal d'une voiture

[Kim, Dickerson, Kosko 96], [Zalila 94] où 2 entrées l'écart de distance sur [-100m, 100m] et l'écart de vitesse sur [-10, 50 m/s] sont qualifiés par 5 prédicats et contrôlent une accélération découpée grâce à 6 prédicats. Le contrôle (toujours min-max-Sugeno) transversal, beaucoup plus délicat est également expérimentée grâce à 7 entrées ramenées à 3 distances exprimées par 5 prédicats non trapézoïdaux dépendant de la largeur du véhicule et de la voie [Zalila 96].

Le contrôle flou est encore présent dans la suspension de véhicules [Rao 97], l'outillage (recharge des perceuses Bosh, Makita, Hitachi), les aspirateurs Hitachi, les téléviseurs Sony, les caméras Sanyo, le contrôle de niveau en raffinerie Elf, les hauts fourneaux de Dunkerque, la détection d'incendie (Cerberus-Guignard)...

### 4.3. Réalisations en matériel

#### LE PROCESSEUR FLOU DE YAMAKAWA

Pour une règle à trois entrées du type :

si (x est X) et (y est Y) et (z est Z) alors (c est C), un circuit repéré par (X, Y, Z, C) est conçu suivant les huit labels principalement utilisés PB, PM, PS, ZE, NS, NM, NB représentés par des fonctions d'appartenance sur [-1,1] triangulaires ou trapézoïdales de pentes ajustables, et aussi le label NG (ou ANY) toujours à 1 servant pour une variable non utilisée dans les prémisses.

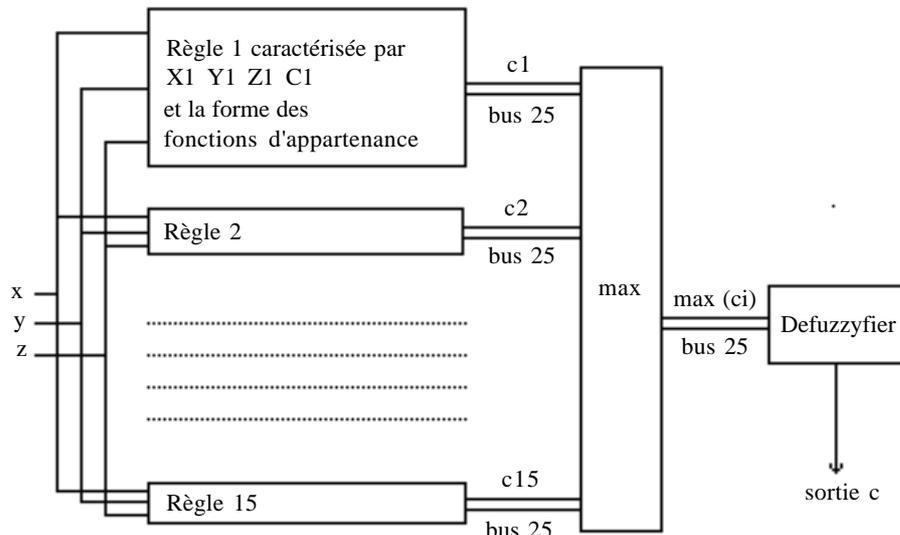


Figure 4.16 Processeur flou de Yamakawa.

Pour trois entrées x, y, z dans ce circuit, chacune des trois prémisses ressort un signal (concrètement un voltage entre 0 et 5V) puis l'opération min restitue un  $\mu$ , qui réalise une troncature du prédicat C, c'est-à-dire une sortie sous forme d'un bus de 25 signaux représentant la distribution de possibilité de c sur [-1,1]. Cette règle peut être affectée d'un poids.

15 circuits semblables sont prévus en parallèle, c'est ainsi que pour une application donnée, on pourra avoir un maximum de 15 règles, (un circuit non utilisé aura son prédicat C réglé sur une fonction d'appartenance nulle NUL), chaque règle ayant 1, 2 ou 3 prémisses partagera les mêmes entrées x, y, z. Les 15 bus de 25 fils représentant  $c_1$  à  $c_{15}$  arrivent dans un circuit réalisant le OR ou ALSO par l'opération max, et produisant un bus de 25 dont un dernier circuit (defuzzyfier) est chargé de calculer la sortie c par centre de gravité. La réponse d'un circuit d'appartenance de u à U est de 30 ns, celle du circuit min, de 20 ns. Une boucle se fait en  $1\mu s$  ce qui fait 1Mfip (méga fuzzy inférence par seconde). Expérimenté sur le pendule inversé, ce circuit donne satisfaction, mais surtout il a une vocation générale pour la réalisation de systèmes de contrôle flou très divers.

#### LE PROCESSEUR SIEMENS

Sur le même principe, ce processeur (SAE 81C99) à 20MHz tient sur  $7\text{ mm}^2$  et infère 10 millions de règles par seconde. Il permet 4 entrées, 256 règles en nombre et formes variables ainsi que le choix de la méthode de défuzzyfication. La possibilité de linking permet jusqu'à 256 entrées, 64 sorties et 16384 règles. D'autres «fuzzy-chips» existent chez Omron, Thomson et à l'université de Karlsruhe.

#### LES CAPTEURS FLOUS DE L.FOULLOY [FOULLOY 93]

La couleur est un bon exemple pour lequel l'appréciation subjective dépend de plusieurs composantes. Un capteur ne peut pas renvoyer avec précision une couleur, mais il peut renvoyer des informations symboliques. Un capteur peut faire différentes mesures comme les fonctions d'appartenance r, v, b à trois prédicats flous triangulaires correspondant aux couleurs respectives rouge, vert et bleu (longueurs d'onde longues, moyennes et courtes). Il peut donc calculer la luminance  $m = \max(r, v, b)$ .

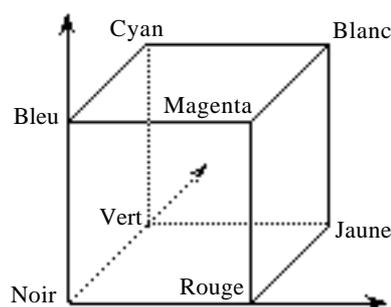


Figure 4.17 Le cube RVB des couleurs.

Définir le plan de chrominance consiste à se ramener de trois composantes à seulement deux grâce à une normalisation (division de r, v, b par la luminance m) puis à un point du plan dans lequel les couleurs rouge en (0, 1), jaune, vert, cyan en

(0, -1), bleu et magenta forment un hexagone régulier. Les nouveaux axes sont la bissectrice des axes V et B, (axe des C1) et la bissectrice du trièdre (R = V = B) pour l'axe des C2. La transformation est :

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ v \\ b \end{bmatrix}$$

Le gris étant en (0, 0), on peut définir 7 prédicats «pyramidaux» ayant leurs noyaux aux points précités et leurs supports délimités chacun par les deux couleurs voisines ainsi que par le gris. A noter que des 3 intensités de couleurs R, V, B, on peut déduire 3 grandeurs plus perceptibles humainement que sont l'intensité  $I = (R + V + B) / 3$ , la saturation  $S = 1 - \min(R, V, B) / I$  et l'argument polaire du point (C1, C2) qui vaut  $H = \text{Arctan} \sqrt{(B - V) / (2R - V - B)}$ .

