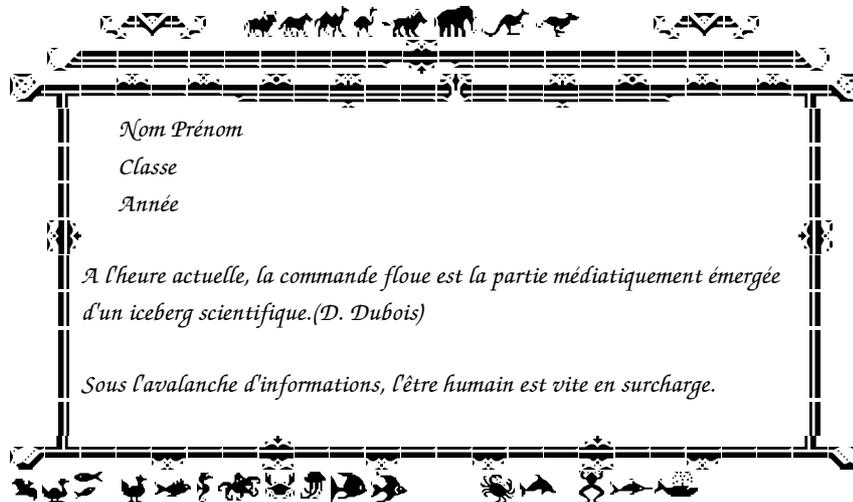


MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE
CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS
INSTITUT D' INFORMATIQUE D' ENTREPRISE

ELEMENTS DE LOGIQUE FLOUE

Mai 1997

L.Gacône



Sommaire

Introduction	7
Chapitre 1 La théorie des sous-ensembles flous	11
1.1 Ensembles flous, nombres flous	
1.2 Relations floues	24
1.3 Prédicats vagues	28
1.4 Application aux requêtes floues dans une base de données	33
Chapitre 2 Mesures de confiances	37
2.1 Mesures de confiance et théorie des possibilités	37
2.2 La théorie de Dempster-Shafer	43
Chapitre 3 Opérateurs logiques	57
3.1 Les connecteurs logiques	57
3.2 Le problème de l'agrégation	64
3.3 Différentes formes de l'implication	69
3.4 Le modus ponens généralisé	74
Chapitre 4 Le contrôle flou	79
4.1 Algorithme du contrôleur flou	79
4.2 Applications	87
4.3 Réalisations en matériel	98
Chapitre 5 Problèmes d'apprentissage	103
5.1 Classement et classification	103
5.2 Les arbres de décision flous	111
5.3 Réseaux de neurones et neuro-flou	115
5.4 Algorithmes génétiques et stratégies d'évolution	123

Conclusion	143
Annexe 1 Rappels de logique classique	145
A.1.1 Langage des propositions	146
A.1.2 Langage des prédicats	147
A.1.3 Arithmétique	148
A.1.4 Théorie des ensembles et ensembles flous	149
A.1.5 Récursivité	152
Annexe 2 Logiques non classiques	155
A.2.1 L'intuitionisme	155
A.2.2 La logique modale	156
A.2.4 La logique des défauts	158
A.2.5 Les logiques temporelles	159
Annexe 3 Langage Fril	165
A.3.1 Rappel sur le langage Prolog	165
A.3.1 Langage de programmation Fril	169
Annexe 4 Le langage Mvl	175
A.4.1 Rappels sur les treillis	175
A.4.2 Langage de programmation Mvl	179
Annexe 5 Les réseaux bayésiens	183
A.5.1 Rappel de probabilités	183
A.5.2 Définition d'un réseau bayésien	184
Annexe 6 Aperçu d'automatique	191
Annexe 7 Quelques procédures	193
Problèmes	203
Bibliographie	215

Introduction

La logique floue, ou plus généralement le traitement des incertitudes, a pour objet d'étude la représentation des connaissances imprécises et le raisonnement approché. On peut donc la situer à côté des heuristiques de résolutions de problèmes, des systèmes experts, de l'apprentissage, de l'intelligence artificielle distribuée et même du traitement de la langue naturelle, domaines qui composent les techniques d'intelligence artificielle au sein des sciences cognitives. C'est de cet aspect «intelligence artificielle», où s'établissent des modèles du comportement intellectuel humain, que traite ce livre à travers les applications concrètes qui y sont détaillées et du lien avec des techniques d'apprentissages telles que les réseaux de neurones et les algorithmes génétiques (chapitre 5).

Cependant la logique floue peut être intégrée, à côté d'autres extensions, à la logique, qui, en toute généralité peut être vue comme la grammaire des mathématiques (la logique floue a d'ailleurs donné lieu à toute une généralisation des mathématiques classiques fondée sur le concept très simple de sous-ensemble flou). C'est pourquoi on trouvera en annexe d'autres points de vue sur la logique et les fondements du raisonnement.

Enfin, par ses nombreuses applications industrielles en commande, la logique floue est aussi associée à l'automatique. Ces thèmes n'étant pas le propos du livre, figurent néanmoins en annexe.

Dans les problèmes de prise de décision, d'aide au diagnostic et plus généralement dans tous les systèmes à base de connaissances, on souhaite, à partir d'observations, parvenir à une conclusion qui peut être la détermination d'un objet ou une action à prendre. Or lors du fonctionnement de ces systèmes, interviennent des connaissances mal définies, mal décrites et imparfaitement connues, puis au niveau des règles d'inférence, intervient un traitement imparfait et incomplet du déroulement de la déduction, enfin survient le problème du traitement des contradictions et de la fusion (agrégation) de données voisines.

Tous les problèmes concrets sont, en fait, confrontés aux notions d'incertitude et d'imprécision. Ces deux notions sont habituellement mêlées et c'est essentiellement l'observation statistique qui induisait, jusqu'à présent dans la pratique, la mesure probabiliste des incertitudes.

Mais la théorie des probabilités reste assez rigide et il existent d'autres types d'incertitudes liées à la difficulté des observations, aux imprécisions linguistiques, à la fiabilité tant des observateurs humains que des capteurs et instruments de mesure, à l'utilisation de connaissances empiriques et à l'imprécision du raisonnement humain. Toutes ces questions de l'utilisation de catégories linguistiques habituelles et du raisonnement humain vont nous amener à distinguer certains concepts.

Imprécision L'imprécision, c'est ce qui est relatif au contenu d'une proposition «mesurer environ 1,75m», «avoir entre 20 et 25 ans», on ne donne pas de valeur précise mais un intervalle, une «fourchette». Ainsi, ce qui était couramment appelé incertitude probabiliste ou intervalle de confiance, (cas par exemple d'un poids donné à 10g près) est une «imprécision».

Sous-ensembles flous Il se peut, de plus, que ces ensembles où les variables peuvent prendre leurs valeurs, aient des frontières mal définies, c'est bien évidemment le cas de l'exemple «grand», la notion de sous-ensemble flou va nous permettre de prendre en compte cette nouvelle notion (chapitre 1).

Incertainité L'incertainité est un coefficient apporté au fait qu'une proposition soit vraie ou fausse. Dans «il est possible qu'il soit grand», le prédicat «grand» est considéré comme vrai ou faux sans aucune nuance, mais c'est la proposition qui est douteuse. Nous voyons ici, pour une proposition qui reste booléenne (soit vrai soit fausse) la notion de possibilité et nécessité (chapitre 2).

Par ailleurs, donner un degré de vérité situé entre 0 pour le «faux» et 1 pour le «vrai», constitue une incertitude probabiliste et a été, plus généralement, envisagée par les logiques multivaluées (chapitre 3).

Prédicats vagues Dans «être jeune», «il a environ 1,75m», le prédicat est quantitatif mais mal défini et dans «l'ambiance est bonne» ou «l'italien est proche du français», il est qualitatif ou difficilement quantifiable. En fait l'opposition classique entre quantitatif et qualitatif n'est pas elle-même bien définie. Ces propositions ne sont plus booléennes (chapitre 1).

Comparaisons floues Lorsqu'on exprime «x est bien plus petit que y», on peut se ramener à des prédicats vagues unaires par des définitions telles que x, y voisins si et seulement si le rapport x/y est environ égal à 1 (chapitre 1).

Modificateur de prédicat En prenant par exemple «il est presque grand» il s'agit d'une proposition certaine dans laquelle «presque» peut être regardé comme un modificateur de prédicat «presque grand» ou «très grand» sont alors d'autres prédicats obtenus à partir de «grand».

Connecteur flou Dans les propositions «il est presque grand» ou «il est grand est presque vrai», nous avons deux concepts complètement distincts. Le premier modifie un prédicat, en demeurant éventuellement dans la logique booléenne, le second modifie la valeur de vérité de la proposition, ce pourrait être un connecteur au même titre que la négation (chapitre 3).

Quantificateurs flous Ils sont utilisés fréquemment dans le raisonnement dit «de sens commun» avec des expressions telles que «la plupart des», «presque tous», «peu de», ces quantificateurs peuvent être numériques dans le cas «60% des présents», ou flous dans «environ la moitié des participants» (chapitre I).

Raisonnement approximatif Naturellement les règles sont entâchées d'incertitude (chapitre 3) : «il est probable que s'il pleut, la cérémonie sera reportée», «les mammifères ne pondent pas d'oeufs» (invalide dans certains cas), «le vent d'est est signe de beau temps» (certitude 0,8), «les trains de banlieue arrivent à l'heure avec une probabilité 0,6» (connaissance statistique), «si un homme est agé, ses cheveux sont blancs» (faits décrits avec imperfection), «un élève qui réussit bien en mathématiques est généralement bon en physique» (certitude non absolue).

Règles graduelles Le traitement du raisonnement humain est encore confronté au plus vaste problème des règles graduelles quantifiables : «plus un diamant est gros, plus il est cher», ou qualitatif : «plus une tomate est rouge, plus elle est mûre», ou encore hybride (mêlant imprécision et incertitude) «plus un individu est jeune, plus il y a de chance pour qu'il soit célibataire».

Le raisonnement approximatif et la prise en compte de faits imprécis et incertains sont tout à fait naturels à l'homme. Leur formalisation en vue de traitement automatique est encore rudimentaire, mais connaît un développement rapide, et les applications bien que nombreuses en sont encore à des systèmes partiels et surtout les systèmes de décision véritablement opérationnels sont rares hormis le contrôle flou, mais c'est une direction de recherche en plein essor. Les domaines d'applications de ces outils formels sont bien sûr tous les problèmes courants mal spécifiés ou bien qui sont difficilement modélisables, ainsi en optimisation, la recherche de consensus, en classification et recherche documentaire, dans les domaines médical et économique, et sur le plan industriel, l'automatisation des tâches de surveillance et la commande floue (chapitre 4). Ce dernier domaine n'utilise que très peu de concepts, mais son succès est un fort stimulant pour la recherche.

Certaines remarques marginales, les applications ainsi que les exercices sont rédigés en plus petits caractères, ils peuvent être sautés en première lecture.

Je remercie A.Autin, A.Cornuejols, P.Facon, B.Grau, M.Jouve, M.Mallem et R.Mijoule pour leur relecture du manuscrit.

1997, l'auteur.