MLO : ENSIIE S2 - TD2

Exercice 1

Ecrire les tables de vérité des deux formules suivantes :

- $((p \Rightarrow q) \Rightarrow r) \Rightarrow s$
- $((p \Rightarrow q \vee s) \wedge ((s \Rightarrow q) \vee \neg p)$

Exercice 2

Montrer sans dresser les tables de vérité que les formules suivantes sont des tautologies

- $(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((p \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r)))$
- $(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((r \Rightarrow q) \Rightarrow ((p \vee r) \Rightarrow q))$

Exercice 3

Montrez :

- $p \Rightarrow s, s \Rightarrow u, p \models u$
- $(\neg p \wedge \neg(r \wedge s)) \Rightarrow \neg q, \neg s, \neg p \models \neg q$

Exercice 4

On considère les propositions suivantes :
- Si Alice et Julie viennent à Paris, Zoé viendra aussi
- Si Julie vient à Paris, Alice aussi
- Julie ou Zoé, l'une des deux au moins, viendra à Paris.

Formaliser ces 3 propositions en logique des propositions. Démontrer que Zoé viendra à Paris en faisant une démonstration sémantique.

Exercice 5

Soit F une formule propositionnelle construite à partir des seuls connecteurs $\wedge$ et $\vee$ (et à partir de variables propositionnelles). Soient $p_1, \ldots, p_n$ ses variables propositionnelles.

Montrer que si v est une interprétation telle que $v(p_i) = 1$ pour tout $i \in \{1, ..., n\}$, alors $v(F) = 1$.

Exercice 6

Soient F et G deux formules sans variable propositionnelle commune. Montrer que si $F \Rightarrow G$ est une tautologie, alors l'une au moins des formules $\neg F$ et G est une tautologie.

Exercice 7

Déterminer parmi les formules suivantes, celles qui sont valides, celles qui sont satisfiables et celles qui sont insatisfiables (justifier).

1. $p \vee q \Rightarrow q \vee p$
2. $(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow r) \Rightarrow r$
3. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$
4. $((p \Rightarrow q) \wedge \neg p) \Rightarrow \neg q$