

Preuve formelle mécanisée

Examen final

ÉNSIIE, semestre 5

mardi 25 octobre 2022

Durée : 1h45.

Tous les documents (sauf ouvrages) sont autorisés. Aucun appareil électronique n'est autorisé.

Ce sujet comporte 1 exercices indépendants, qui peuvent être traités dans l'ordre voulu. Il contient 2 pages.

Le barème est donné à titre indicatif, il est susceptible d'être modifié. Le total est sur 20 points.

Certaines questions, précédées par le symbole (★) sont plus difficiles et pourront être traitées à la fin. Il va de soi que toute réponse devra être justifiée.

Exercice 1 : Démonstration automatique

Soit a et b des entiers. On souhaite montrer que sous les hypothèses suivantes :

$$a + b \leq 6 \Rightarrow (a \leq -1 \vee b \leq -2) \quad (1)$$

$$a \leq -1 \Rightarrow (b \leq -2 \wedge a \leq b) \quad (2)$$

$$b \leq -2 \Rightarrow a + b > 6 \quad (3)$$

$$ab \leq ab^2 \Rightarrow (a \leq -1 \wedge b \leq -2) \quad (4)$$

on peut conclure la formule

$$b \leq -2 \wedge a \leq b \quad (5)$$

1. Dans quelle logique de la SMT-LIB faut-il se placer ? (Si vous ne connaissez pas l'acronyme exact, vous pouvez vous contenter d'indiquer à quoi cela correspond.)
2. À quel problème en logique propositionnelle cela correspond-il ? On rappelle que $p > q$ doit être considéré comme la négation de $p \leq q$.
3. Transformer la formule propositionnelle en forme normale conjonctive, et donner les clauses correspondantes. On n'oubliera pas de nier le but, pour faire une preuve par réfutation.

4. Écrire un fichier d'entrée au format DIMACS correspondant au problème propositionnel.
5. Appliquer l'algorithme DPLL pour trouver une solution. On indiquera les **décisions** prises et les **propagations unitaires** qui en découlent.
6. Appliquer l'algorithme CDCL en indiquant quelles **clauses** ont été **appprises** lors des éventuels conflits.
7. Le modèle obtenu est-il satisfiable du point de vue de la théorie ? Si non, quelle clause faut-il ajouter au problème propositionnel ?
8. Continuer l'algorithme DPLL(T) jusqu'à obtenir une réponse Satisfiable ou Insatisfiable.
9. Que peut-on en conclure ?
10. Y aurait-il eu un avantage à utiliser une version online de DPLL(T) ?
11. Le résultat est-il le même si on se place dans le cadre de l'arithmétique réelle ? En cas de non-validité, on proposera un contre-exemple.