



## Examen Crypto Codage Protocoles

Durée 1h30. Sans Documents. Les calculettes, ordinateurs et téléphones portables sont interdits.

Les exercices sont indépendants, le barème est indicatif.

### Exercice 1 (Codes correcteurs, 4 points)

On considère le code de longueur 7 dont une matrice génératrice est

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- En appliquant la méthode de Gauss mettez le code sous forme systématique.
- Donnez sa matrice de contrôle, la dimension du code.
- Sans énumérer les mots du code montrer qu'il corrige une erreur.
- le mot 010 11 10 est-il corrigé ? Si oui le corriger.

### Exercice 2 (Généralités, 6 points)

Vous expliquerez de manière concise (pas plus de 5 lignes) et vous pourrez vous aider d'un schéma (MSC, UML, ...) pour rendre votre réponse plus claire.

- Expliquez le protocole de Diffie Hellman.
- Quel est le problème mathématique qui assure sa solidité vis à vis d'une attaque passive.
- Expliquez l'attaque active à laquelle il est sensible et dites comment s'en prémunir.

### Exercice 3 (RSA, 6 points)

#### Question 3.1

- Donner une relation de Bezout entre 13 et 7.
- À l'aide de calculs modulo 13 et modulo 7 calculer  $40^{29}$  modulo 91.

#### Question 3.2

On considère la clé publique RSA ( $N = 91, k = 5$ ), donnez la clé privée associée.

- Coder le message (66), (40).
- Décoder le message (40), (66).

### Exercice 4 (Corps finis, 4 points)

Montrer que le polynôme  $X^5 + X^2 + 1$  dans  $\mathbb{F}_2[X]$ . On travaillera dans l'extension de corps  $\mathbb{F}_2/\langle \alpha^5 + \alpha^2 + 1 \rangle$ .

Donnez les inverses multiplicatifs des éléments  $\alpha^2$  et  $\alpha^4$ .

On rappelle que l'ordre d'un élément non nul  $e$  d'un corps fini est le plus entier  $n$  strictement positif tel que  $e^n = 1$ . Donner l'ordre des éléments  $\alpha^2$  et  $\alpha^3$ .